

单跨钢管混凝土下承式刚架系杆拱恒载内力计算

杨亚林¹, 陈宝春²

(1.北京公科固桥技术有限公司, 北京 100088; 2.福州大学土木工程学院, 福建 福州 350002)

摘要: 刚架系杆拱是随着钢管混凝土拱桥在我国的应用而出现的新桥型。下承式刚架系杆拱桥拱、墩固结, 上下部结构联结在一起, 结构超静定次数较多, 目前对其结构分析大都采用有限元数值计算方法。文章针对这一桥型的受力特点, 应用位移法推导了恒载作用下的内力计算公式, 可供实际工程应用。

关键词: 钢管混凝土; 下承式; 刚架系杆拱; 恒载; 计算方法

中图分类号: U448.22

文献标识码: B

刚架系杆拱是随着钢管混凝土拱桥在我国的应用而出现的新桥型, 其拱肋与桥墩固结, 不设支座, 采用预应力钢绞线作为拉杆来平衡拱的推力, 拉杆独立于桥面系之外, 不参与桥面系受力, 而桥面系为局部受力构件。这种结构由于拱和墩连接处为刚结点, 属刚架结构, 又带有系杆, 故称之为刚架系杆拱。刚架系杆拱的出现, 为平原、城市和软弱地基地区应用拱结构, 在已有的拱梁组合结构的基础上, 增加了一种桥型选择。而且与拱梁组合结构相比, 由于拱墩固结, 不存在支座, 有推力无铰拱拱肋架设的方法可以被用于刚架系杆拱之中。刚架系杆拱按车承形式又可分为中承式(飞鸟式)和下承式, 它们的桥型特点见文献[2][3]。

刚架系杆拱拱、墩固结, 在拱脚处系杆、桥墩和拱肋联结在一起, 结构超静定次数较多, 受力复杂, 实际工程中基本上都采用有限元数值计算方法。然而, 为了解拱肋、桥墩、系杆各结构组成之间的关系和结构的基本力学性能, 便于进行桥梁概念设计和方案、初设阶段的快速计算, 提出简化计算方法是非常必要的。但是由于结构复杂, 要得出活载作用下的简化计算是困难的, 而且对大跨径桥梁来说, 恒载在设计总荷载中占有比较大的比重, 因此实际研究中多以恒载作用下的简化计算为主要研究目标。文献[4]已提出了钢管混凝土飞鸟式拱桥的简化计算方法, 本文则分析单跨钢管混凝土下承式刚架系杆拱桥在恒载作用下的内力计算方法, 以供实际应用参考。

1 恒载内力计算方法

1.1 计算模型与符号意义

单跨下承式刚架系杆拱是 4 次超静定结构, 用力法

求解较为复杂, 所以这里考虑采用位移法, 而且位移法以结点处的位移为未知量, 以各组成构件的刚度为基本已知量, 可以了解其受力与各组成构件之间刚度的关系。单跨下承式刚架系杆拱在恒载作用下的位移法计算图式如图 1 所示(其中恒载为拱肋自重和桥面系荷载, 桥面系荷载通过吊杆传到拱肋)。

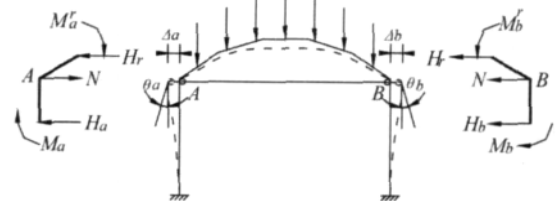


图 1 恒载内力计算图式

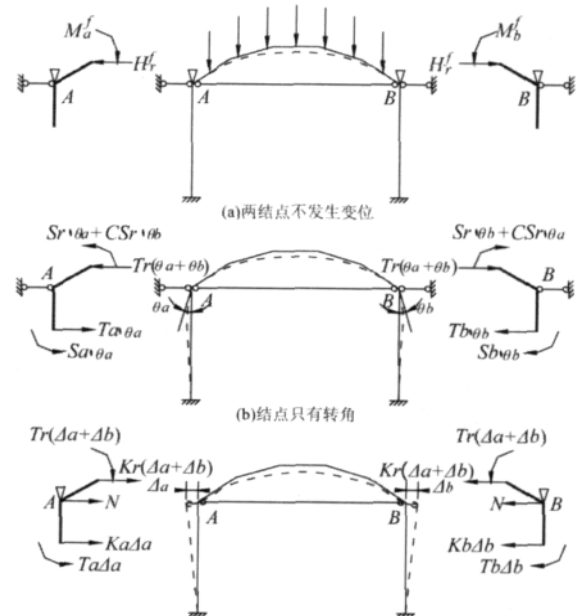


图 2 恒载内力计算分解图

作者简介: 杨亚林 (1980-), 男, 福建厦门人, 工学硕士, 主要研究方向为桥梁工程。

根据力的叠加原理,将图1的受力分解为图2中的三种情况的叠加,即两结点(A、B)不发生变位(图2(a))、结点只有转角(图2(b))和结点只有水平位移(图2(c))。

图2中拱肋、桥墩的刚度计算参见文献[5],桥墩的刚度应考虑桩土效应。所采用的符号具体意义如下: S_r 为拱的抗弯刚度; CS_r 为拱的传递抗弯刚度; S_a 、 S_b 为A、B墩的抗弯刚度, T_r 为拱的相干系数; T_a 、 T_b 为A、B墩的相干系数; K_r 为拱的抗推刚度; K_a 、 K_b 为A、B墩的抗推刚度; E 为系杆的弹性模量; A 为系杆的面积,在计算中可取较大数值,使系杆的抗拉刚度为无穷大; L 为系杆的长度; H_r 为在荷载作用下拱脚产生的水平力; N 为在荷载作用下系杆产生的轴力; H_a 、 H_b 为在荷载作用下A、B墩墩顶产生的剪力; M_a 、 M_b 为在荷载作用下A、B墩墩顶产生的弯矩; θ_a 、 θ_b 为在荷载作用下A、B墩的转角; M_a^f 、 M_b^f 为在荷载作用下A、B墩的水平位移; θ_a 、 θ_b 为在荷载作用下A、B端拱脚的弯矩; M_a^f 、 M_b^f 为按固定拱计算A、B端拱脚产生的弯矩; M_r^f 为按固定拱计算拱脚产生的水平推力; M_d^f 为在荷载作用下拱顶产生的弯矩; M_d^f 为按固定拱计算拱顶产生的弯矩。

1.2 结点变位

由图2中A、B两结点的水平力及弯矩的平衡条件,得基本转角位移方程式如式(1)~(4)所示。

$$\theta_a \sum T_a - \theta_b \sum T_r + \Delta a \sum K_a + \Delta b \sum K_r + \frac{EA(\Delta a + \Delta b)}{l} = H_r^f \quad (1)$$

$$-\theta_a \sum T_a + \theta_b \sum T_r + \Delta a \sum T_b + \Delta a \sum K_r + \Delta b \sum K_r + \frac{EA(\Delta a + \Delta b)}{l} = H_r^f \quad (2)$$

$$\theta_a \sum S_a + \theta_b \sum CS_r + \Delta a \sum T_a - \Delta b \sum T_r = M_a^f \quad (3)$$

$$\theta_a \sum CS_r + \theta_b \sum S_b - \Delta a \sum T_r + \Delta b \sum T_b = M_b^f \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} \sum K_a &= K_r + K_a & \sum K_b &= K_r + K_b \\ \sum T_a &= T_a - T_r & \sum T_b &= T_b - T_r \\ \sum S_a &= S_r + S_a & \sum S_b &= S_r + S_b \end{aligned}$$

对位移法基本方程(1)~(4)求解,可得结点处的转角与水平位移。

由式(3)、(4)两结点弯矩平衡方程式得结点的转角位移如下

$$\theta_a = \frac{g_1 - a_1 \Delta a + a_2 \Delta b}{C} \quad (5)$$

$$\theta_b = \frac{g_2 + b_1 \Delta a - b_2 \Delta b}{C} \quad (6)$$

其中

$$g_1 = \sum S_b M_a^f - CS_r M_b^f$$

$$g_2 = \sum S_a M_b^f - CS_r M_a^f$$

$$a_1 = \sum S_b \sum T_a + CS_r T_r$$

$$a_2 = T_r \sum S_b + CS_r \sum T_b$$

$$b_1 = T_r \sum S_a + CS_r \sum T_a$$

$$b_2 = \sum S_a \sum T_b + CS_r T_r$$

$$C = \sum S_a \sum S_b - CS_r CS_r$$

$$W = \frac{EA}{l}$$

将(5)、(6)两转角表达式代入(1)、(2)两结点水平力平衡方程式得

$$\Delta a = \frac{B_2 C_1 - A_2 C_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1} \quad (7)$$

$$\Delta b = \frac{A_1 C_2 - B_1 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} \quad (8)$$

上式中

$$A_1 = C \sum K_a + CW - a_1 \sum T_a - b_1 T_r$$

$$A_2 = CK_r + CW + a_2 \sum T_a + b_2 T_r$$

$$B_1 = CK_r + CW + a_1 T_r + b_1 \sum T_b$$

$$B_2 = C \sum K_b + CW - a_2 T_r - b_2 \sum T_b$$

$$C_1 = CH_r^f - g_1 \sum T_a + g_2 T_r$$

$$C_2 = CH_r^f - g_2 \sum T_b + g_1 T_r$$

1.3 拱墩内力

将式(5)~(8)求得的拱、墩转角和位移代入图2中(a)、(b)和(c)所示力和位移的关系、杆件两端力的平衡方程,可求出荷载作用下拱墩内力如式(9)~(17)所示。

系杆承受的内力即系杆张力

$$N = W \times (\Delta a + \Delta b) \quad (9)$$

拱脚截面产生的水平推力

$$H_r = H_r^f - [K_r(\Delta a + \Delta b) - T_r(\theta_a + \theta_b)] \quad (10)$$

拱脚弯矩

$$M_a^r = M_a^f - \theta_a S_r - \theta_b CS_r + T_r(\Delta a + \Delta b) \quad (11)$$

$$M_b^r = M_b^f - \theta_b S_r - \theta_a CS_r + T_r(\Delta a + \Delta b) \quad (12)$$

拱顶弯矩

$$M_d^r = M_d^f - \frac{M_a^r - M_a^f + M_b^r - M_b^f}{2} - [Tr(\theta_a + \theta_b) - Kr(\Delta a + \Delta b)] \times f \quad (13)$$

墩顶水平力

$$H_a = \theta_a Ta + \Delta a Ka \quad (14)$$

$$H_b = -\theta_b Tb - \Delta b Kb \quad (15)$$

墩顶弯矩

$$M_a = \theta_a Sa + \Delta a Ta \quad (16)$$

$$M_b = -\theta_b Sb - \Delta b Tb \quad (17)$$

2 实桥算例

以广东东莞大汾北水道桥为实桥算例,应用上述计算公式进行恒载作用下的拱墩内力计算,并与有限元结果进行比较。该桥位于东莞市万江区大汾北水道三叉交汇口,主桥一孔跨越水道,主桥为单孔 128m 钢管混凝土下承式刚架系杆拱桥。桥面全宽按双向八车道外加人行道设计。横桥向分为左右两幅完全独立且完全对称的桥,每幅桥面宽 24m。设计车辆荷载为汽车-超 20,挂车-120。

2.1 主要计算结果

恒载作用下固定拱产生的内力可分为以下两部分:拱肋自重作用下拱产生的内力和桥面系恒载通过吊杆传递到拱肋产生的内力。拱自重内力的计算,可先不考虑拱的弹性压缩计算出拱的内力,然后再与弹性压缩引起的内力相叠加。由于拱轴线往往会偏离恒载压力线,因此还要计算拱轴线偏离引起的恒载内力。拱肋受吊杆力作用产生的内力可将不考虑弹性压缩产生的内力与弹性压缩产生的内力叠加起来,即得拱在吊杆力作用下产生的总内力。

按照设计单位提供的资料,可初步估算出大汾北水道桥每根吊杆所受的作用力约为 530kN,根据拱肋的截面形状和拱轴线的特征,由文献[9],可计算出在恒载作用下固定拱的内力结果如下

$$H_r^f = 1.237 \times 10^4 \text{ kN}$$

$$M_a^f = M_b^f = 4.500 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_d^f = 3.203 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

根据地质资料及拱墩的构造,按照文献[5]所提供的方法,可计算出大汾北水道桥的拱墩常数及部分参数如下

$$S_r = 7.295 \times 10^6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$CS_r = 2.393 \times 10^6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$S_a = S_b = 1.095 \times 10^8 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$T_r = 2.398 \times 10^5 \text{ kN}$$

$$T_a = T_b = 7.141 \times 10^6 \text{ kN}$$

$$K_r = 1.449 \times 10^4 \text{ kN}$$

$$K_a = K_b = 6.835 \times 10^5 \text{ kN}$$

$$L = 128 \text{ m}$$

$$E = 2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$$

应用第 1 节提出的计算公式,将上面所求得的大汾北水道桥的固定拱内力和拱墩常数带入第 1 节的有关公式,可得出恒载作用下的拱墩内力

系杆承受的内力即系杆张力

$$N = 1.211 \times 10^4 \text{ kN}$$

拱脚截面水平推力

$$H_r = 1.239 \times 10^4 \text{ kN}$$

拱脚弯矩

$$M_a^r = M_b^r = 4.135 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

拱顶弯矩

$$M_d^r = 3.106 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

墩顶水平力

$$H_a = H_b = 270 \text{ kN}$$

墩顶弯矩

$$M_a = M_b = M_a^r = M_b^r = 4.135 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

从上述计算结果可以看出,系杆张力 ($N=1.211 \times 10^4 \text{ kN}$) 是拱在恒载作用下产生的水平推力 ($H_r=1.239 \times 10^4 \text{ kN}$) 的 98%,表明下承式刚架系杆拱的恒载水平推力主要由系杆承担,桥墩与拱肋只承担很小的一部分。如果忽略拱肋截面剪力的影响,就可以根据拱脚截面的水平推力计算出拱肋各截面的轴力。

2.2 计算结果比较

大汾北水道桥有限元分析采用大型通用软件 ANSYS 进行建模。系杆采用 Link10 单元,用弹簧单元 Combin14 模拟桩土作用,其他的构件采用三维空间弹性梁单元 Beam4 进行建模。拱肋截面性质采用文献[7]推荐的公式进行计算,通过吊杆传递到拱肋的桥面荷载以节点荷载的形式施加在拱肋上。大汾北桥有限元计算模型见图 3,全桥共有 803 个节点,803 个单元。

表1 拱墩内力计算结果比较

项目	拱脚弯矩/kN·m	拱脚轴力/kN	拱顶弯矩/kN·m	拱顶轴力/kN	拱脚水平力/kN	墩顶弯矩/kN·m
有限元计算	4.019×10^3	1.576×10^4	3.035×10^3	1.179×10^4	1.245×10^4	4.021×10^3
公式计算	4.135×10^3	1.609×10^4	3.106×10^3	1.239×10^4	1.239×10^4	4.135×10^3
相差/%	2.8	2.1	2.3	4.8	4.8	2.8

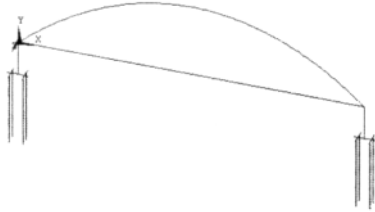


图3 大汾北水道桥有限元模型

应用本文的计算结果与有限元计算结果比较见表1。从表1可以看出,两种计算结果相差不超过5%,因此本文提出的计算方法能够反映结构的受力情况,具有较高的计算精度,可应用于实际工程之中。当然,由于实际桥梁有活载作用,因此在施工图设计阶段,还是要应用有限元分析,有时还要进行空间分析,所以本文提出的计算方法更多地是应用于方案与初步设计时的结构恒载内力计算,如果将活载按一定比例加到恒载中,还可能应用简化算法来拟定结构的主要尺寸,同时这种计算方法也为有限元分析提供了一个验证的手段。

3 结语

本文应用位移法推导了单跨下承式刚架系杆拱在恒

载作用下的结构内力计算方法,简单易行,对大汾北水道桥的计算与有限元结果比较表明,它具有较高的精度,可在实际工程中应用。

参考文献:

- [1] 陈宝春,杨亚林.钢管混凝土拱桥调查与分析[J].世界桥梁,2006(2):73-77.
- [2] Bao-chun Chen, Jing Gao, Huai-ying Zheng. Studies on Behaviors of CFST "Fly-bird-type" Arch Bridge[C]. Bridges-Proceedings of the International Conference on Bridges, Dubrovnik, Croatia, 2006.
- [3] 彭桂瀚,杨亚林,陈宝春.钢管混凝土下承式刚架系杆拱桥型分析[J].公路,2006(4):99-103.
- [4] 郑怀颖,陈宝春.飞鸟式钢管混凝土拱桥设计计算分析[J].公路交通科技,2007(1):90-94.
- [5] 王国鼎.拱桥连拱计算(第二版)[M].北京:人民交通出版社,1998.
- [6] 黄文金,彭桂瀚,陈宝春,等.东莞大汾北水道钢管混凝土拱桥受力分析[J].福州大学学报(自然科学版),2004,32(2):190-194.
- [7] CECS 28:90,钢管混凝土结构设计与施工规程[S].
- [8] 顾安邦.桥梁工程(下册)[M].北京:人民交通出版社,2000.
- [9] 顾懋清,石绍甫.公路桥涵设计手册 拱桥(上册)[M].北京:人民交通出版社,1994.