

文章编号: 1000-4750(2006)05-0099-08

# 钢管混凝土(单圆管)单肋拱空间受力试验研究

\*陈宝春, 韦建刚, 林嘉阳

(福州大学土木建筑工程学院, 福州 350002)

**摘 要:** 进行了钢管混凝土(单圆管)单肋拱空间受力全过程的试验研究。研究表明, 在面内和面外荷载共同作用下, 面内的受力性能对初始缺陷的敏感性要大于面外受力; 面外变形是钢管混凝土单肋拱极限承载能力的主要控制因素; 与面内受力相反, 空间受力时, 几何非线性成为钢管混凝土拱的非线性性能与极限承载力的主要影响因素, 材料非线性降为次要的影响因素。对应用通用程序进行钢管混凝土拱空间受力双重非线性有限元分析进行了探讨。

**关键词:** 钢管混凝土; 肋拱; 空间; 试验; 有限元

**中图分类号:** TU398 **文献标识码:** A

## EXPERIMENTAL STUDY ON CONCRETE FILLED STEEL TUBULAR (SINGLE TUBE) ARCH WITH ONE RIB UNDER SPATIAL LOADS

\*CHEN Bao-chun, WEI Jian-gang, LIN Jia-yang

(College of Civil Engineering and Architecture, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China)

**Abstract:** Experiment study on a CFST (single tube) arch with one rib under spatial loads is carried out. The study shows that the behavior of the arch under in-plane loads is more sensitive to imperfection than that under out-of-plane loads. The lateral deformation is one of the main control factors for the ultimate load-carrying capacity of the arch. Compared to CFST arch under in-plane loads, the geometrical nonlinearity becomes the dominant factor in the nonlinearity and ultimate load-carrying capacity of the arch while the material nonlinearity turn to be a subordinate factor. The dual nonlinearity FEM of CFST arch under spatial loads analyzed with general finite element software is discussed as well.

**Key words:** CFST; rib arch; space; experiments; FEM

拱的空间稳定是一个复杂的问题, 历来受到人们的重视, 尤其是使用钢材等高强度材料和跨度大宽跨比较小的拱桥。对于拱桥弹性阶段的侧向屈曲已有大量的研究文献, 已得到了均匀轴力或弯矩作用下拱弹性横向屈曲的近似解析解, 并进行了大量的试验。应用现代有限元技术, 基于传统弹性稳定理论的拱空间弹性分枝点失稳的临界荷载求解, 已非难事。然而, 拱在空间荷载作用下或受缺陷作用的空间弹塑性稳定问题, 由于缺乏屈服截面刚度尤其

是扭曲刚度精确的计算方法, 迄今还没有得到很好的解决。1970 年代以来, 随着计算机技术和数值算法的发展, 在少量试验研究的基础上, 开展双重非线性有限元分析, 以了解拱空间失稳的破坏机理, 分析各种参数的影响, 进而求得拱空间稳定的极限承载力简化计算公式, 已成为国内外进行拱结构空间稳定极限承载力研究的主要方法。Tokarz (1971) 进行了一系列矩形截面的圆弧拱和抛物线拱的试验<sup>[1]</sup>。荷载通过吊索施加, 包括均布荷载和拱顶集

收稿日期: 2004-07-14; 修改日期: 2004-12-05

基金项目: 福建省重大科技项目(2003F007); 交通部西部交通科技项目(2003-318-798-20-1)

作者简介: \*陈宝春(1958), 男, 福建人, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事桥梁工程研究(E-mail: Baochunchen@fzu.edu.cn);

韦建刚(1971), 男, 福建人, 助理研究员, 博士研究生, 主要从事桥梁工程研究;

林嘉阳(1980), 男, 福建人, 硕士, 主要从事桥梁工程研究。

中力。试验还研究了系杆拱和拱脚的约束效应。Papangelis 和 Trahair(1987)进行了工字形截面圆弧铝拱的弯扭稳定试验<sup>[2]</sup>。Sakata 和 Sakimoto(1990)以多个集中力模拟面内均布竖向荷载,进行了 11 根开口截面钢拱受力全过程的试验研究,分析了拱肋长细比、荷载方向、横撑形式等参数对空间稳定极限承载力的影响程度,并进行了数值模拟分析<sup>[3]</sup>。Poutre, Snijder 和 Hoender-kamp(2003)等人进行了半圆形宽翼薄壁工字钢拱在拱顶承受集中荷载作用下的非弹性稳定试验。为了准确模拟双铰拱的边界条件,建立了一套测试装置以减少支承点和加载时产生的摩擦力对破坏荷载的影响,同时通过精确地测量拱的初始缺陷来准确地模拟试验。试验的目的是通过试验数据对有限元分析程序进行校正。论文进行的初步的有限元分析结果与模型拱在试验中的受力行为吻合良好<sup>[4]</sup>。

与钢拱桥相比,钢管混凝土拱桥作为一种近十几年来在我国应用发展很快的新型拱桥,它的研究才刚刚开始。在钢管混凝土拱桥稳定极限承载力方面,受面内荷载作用方面已进行了一系列的试验研究,取得了一定的成果<sup>[5]</sup>。然而,在空间受力方面,目前仅见杨永清(1998)进行的两个双肋拱(一个提篮拱和一个平行拱)的试验<sup>[6]</sup>。从数量上看显然是太少了。从结果看,这两个模型拱的试验效果并不理想。在对称荷载作用下,横向和竖向的变形曲线均出现了明显的不对称现象,尤其是平行拱。因此,开展钢管混凝土拱空间受力全过程的试验研究是非常必要的。

为此,本文进行了钢管混凝土(单圆管)单肋拱的空间受力全过程试验。采用单肋拱是为了突出抗扭刚度对空间稳定极限承载力的影响,强调研究的基础性,同时也可为无风撑拱的工程实践提供理论依据。为降低拱在对称荷载作用下对初始缺陷的敏

感性,模型试验中面外的荷载采用单点集中力。同时,本文还对应用通用程序 ANSYS 进行钢管混凝土模型拱受力进行了初步分析,以为今后的深入研究打下基础。

## 1 试验简介

### 1.1 模型拱肋制作

试验模型的原型为福建省福鼎市山前大桥。该桥为主跨净跨 75m 的钢管-钢管混凝土复合拱桥,矢跨比 1/5,净矢高 15m,主拱肋为外径 1.2m 的单圆钢管,拱脚段壁厚 16mm,内填 C40 混凝土,其余段拱肋为壁厚 20mm 的空钢管<sup>[7]</sup>。

模型拱基本按 1:10 的比例进行设计。模型拱的跨径为 7500mm。受钢管规格限制,模型拱肋钢管的径厚比无法与实桥相同,考虑到本试验以定性研究拱的整体受力性能为主,所以直接采用全跨等厚的 $\phi 121\text{mm} \times 4.5\text{mm}$ 直缝钢管进行模型制作。管内混凝土采用 42.5#普通硅酸盐水泥、粒径为 5mm~15mm 的碎石、中等粒度的河砂和水进行配置。根据配合比试验,取水泥、沙、碎石、水的配合比为 430.0 597.4 1095.8 165.2,并加入适量的 FDN 减水剂充分拌和。混凝土试块养护 28 天后测得的立方体抗压强度为 66.7MPa,钢管的材性试验结果:弹性模量为 206MPa,屈服应力为 322MPa,屈服应变为 1513 $\mu\epsilon$ 。

模型拱设计拱轴线为二次抛物线。但在制作及安装过程中,由于受到制作工艺、混凝土浇筑、吊装、焊接等各种因素影响,其拱轴线与设计拱轴线存在着偏差。为此,在模型拱安装完毕、正式加载前,对实际拱轴线进行了量测。竖向(面内)误差呈 M 型,最大误差为 4.5mm,为跨径的 0.06%。横向误差呈 S 型,最大误差为 0.6mm,为跨径的 0.008%。模型拱拱轴线误差分布见图 1。

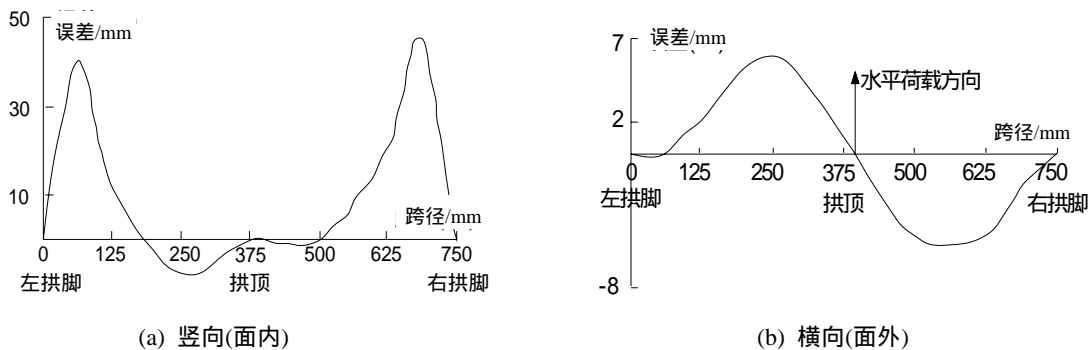


图 1 模型拱拱轴线误差/mm  
Fig.1 Tolerance of axes of mode arch/mm

1.2 试验装置

试验采用面内、面外共同加载。面内(竖向)为五点对称加载，在跨径的六分点截面处施加集中力。采用标准的铸铁块进行重力加载。竖向加载采用杠杆法给以放大，放大系数为 5。杠杆为 12mm 厚钢板加工成的工字钢梁，长 1.5m。为防止加载过程中杠杆的横向晃动和保证试验过程的安全，在杠杆靠挂篮一侧设置了两根横向限位立柱。面外(水平)仅在拱顶处施加一集中力。水平力通过钢绞线和滑轮实现转向。试验中，荷载通过人工添加钢砝码块来进行，每块砝码在试验前进行了标定，加荷的数值通过砝码块的数量进行控制，实验数据采集时荷

载以悬挂于杠杆下的传感器为准。试验装置见图 2。

图 3 为试验测点布置图。在模型拱两拱脚及各十二分点断面处布置纵、横向应变测点，每个截面纵向及环向各布置四片应变片，共 108 片应变片；在各加载点处布置百分表测量竖向及横向位移；为观测试验过程中模型拱支座处的位置变动，在两底座钢板各装一只百分表进行测量。此外，为考虑试验加载过程中，模型拱扭转因素对位移测量的影响，在竖向加载平台上架设倾角仪，测量加载过程中模型拱的倾角变化。本试验在福州大学结构试验中心进行。

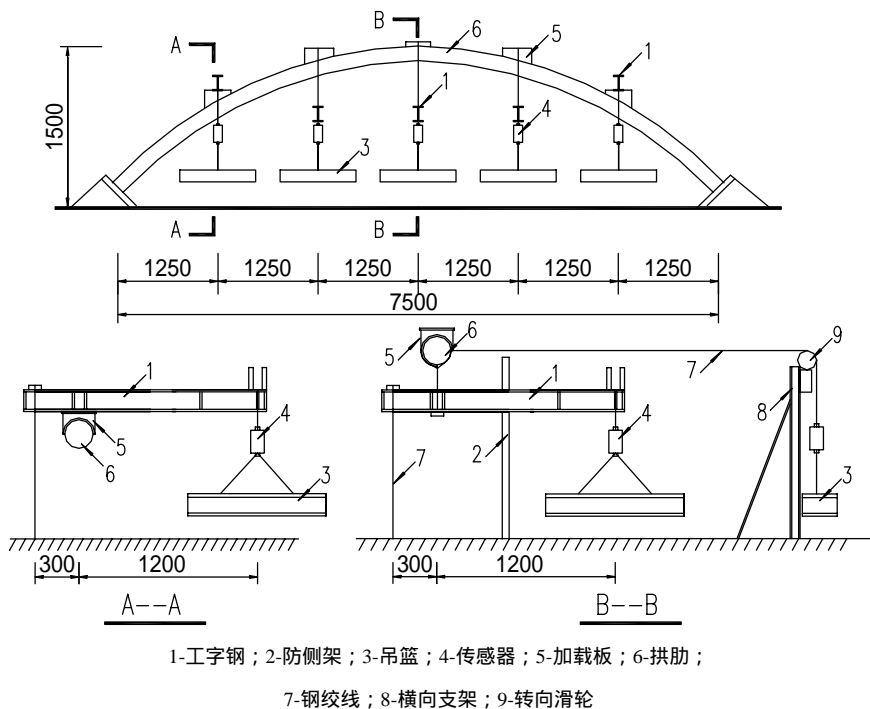


图 2 试验装置图/mm

Fig.2 Testing set-ups/mm

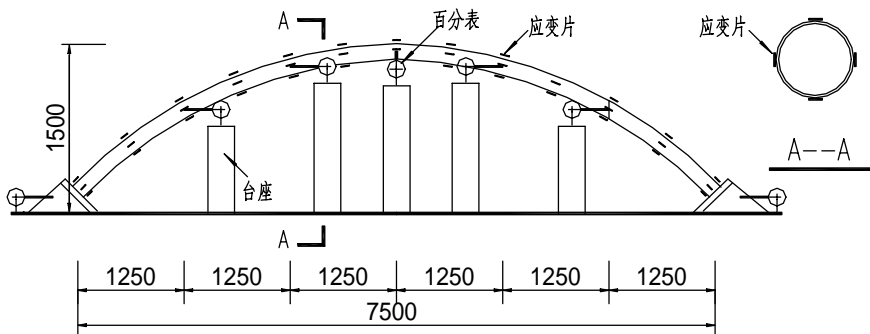


图 3 测点布置图/mm

Fig. 3 Arrangement of measuring devices/mm

## 2 试验过程

试验中,在施加竖向集中荷载的同时在拱顶施加横向荷载,各级横向荷载为相应单个竖向荷载值的10%。试验的分级加载设计由试验前的初步分析确定,前3次单个竖向加载值为10kN/级,接下来六次为5kN/级;之后竖向加载值为2.5kN/级。为确保变形充分发展,每级加载时间持续5分钟后再进行数据采集。

试验过程中,在面内与面外荷载共同作用下,模型拱的竖向挠度与横向位移基本呈对称分布,其最大的竖向挠度与横向位移均发生在拱顶位置。随着荷载增加,模型拱变形发展加快,当竖向荷载加至97.11kN时,2L/3截面处的加载挂篮触地,试验因无法继续进行而停止。从后面的L/2截面的荷载-变形(竖向和横向)曲线、荷载-应变曲线可以看出,此时曲线已开始进入水平发展阶段,结构已接近极限承载能力,此时最大的竖向挠度为20.3mm,最大横向位移为93mm,分别约为跨径的1/364和1/80,因此,可以将竖向荷载达97.11kN时的状态看成模型拱的空间受力的极限承载能力状态。当然,如果试验加载挂篮此时没有触地,试验还可以继续,但荷载的增加量应该是极其有限的。

试验中,安装在各模型拱座后的位移计量测到的水平位移仅为0.16mm~0.17mm。因此拱脚水平位移可以忽略不计。直至试验结束时,模型拱焊缝处和其它表面处均未出现开裂或皱折,加载点处也未发现局部凹陷现象。

## 3 初步的有限元分析

采用大型通用程序ANSYS进行有限元计算。几何非线性分析采用U.L列式法。非线性方程求解时,选用牛顿-拉夫逊法(N-R法)。有限元模型采用梁188单元,沿拱肋轴线向均分48段。整个模型共由48个梁188单元,97个节点组成。

拱肋中钢管混凝土组合材料采用双单元法建模,即在模型离散时,在同一段有限元模型中将钢管和混凝土分别作为两根杆件输入,但二者的节点坐标完全相同,在相同的节点间建立两个单元,钢管环状单元赋予钢材的材料属性,混凝土柱状单元则赋予混凝土的材料属性<sup>[8]</sup>。钢管的应力-应变关系采用理想弹塑性模型(图4(a))。管内混凝土分别采用不考虑套箍作用的模型<sup>[9]</sup>(见图4(b)曲线A)和

考虑套箍作用的W. F. Chen模型<sup>[10]</sup>(图4(b)曲线B)。图4中, $f_y$ 为钢材的屈服强度, $f_c$ 为混凝土轴心抗压强度,在具体分析中,根据材性试验结果, $f_y=322\text{MPa}$ , $f_c$ 取值为混凝土立方体抗压强度的0.67倍,即 $f_c=0.67 \times 66=44.7\text{MPa}$ 。有限元分析结果在下一节给出。

梁188单元基于Timoshenko梁单元理论,考虑了剪切与扭转变形的影响。该梁单元理论假设在梁单元的整个横截面上,材料剪切模量 $G$ 与相应的泊松比、弹性模量有关,通过公式(1)进行换算。在本文的计算中,各阶段钢材与混凝土的模量 $E$ 的取值根据图4所确定的应力-应变关系由计算机自动计算,而钢、混凝土的泊松比 $\mu$ 分别取为0.283、0.167。

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (1)$$

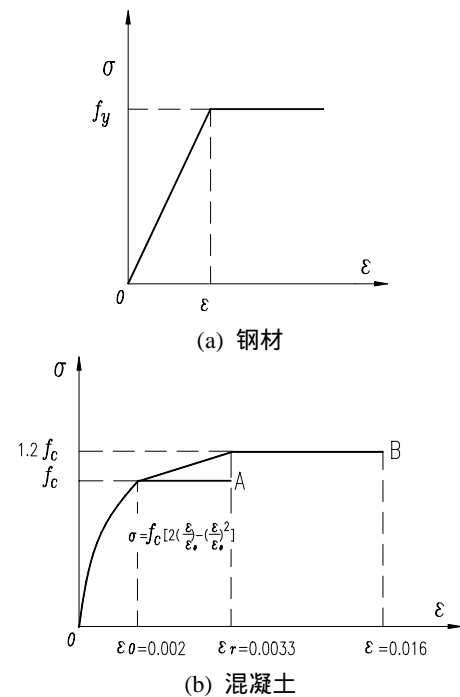


图4 材料应力-应变关系曲线

Fig.4 Stress-strain relationship curves

## 4 试验结果分析

### 4.1 变形

图5为试验中拱肋竖向挠度与横向位移的变化过程图,图中所标荷载值为单个竖向荷载值。从图中可以看出,尽管面内荷载是面外荷载的十倍,但从加载开始,拱肋横向位移的数值就大于其竖向挠度,且面外的变形速度大于面内的变形速度,这说

明单圆管拱肋在没有横向支撑的情况下,即使存在较大的面内荷载,较小的横向荷载也能引起拱肋较大的横向变形。

由图 5 可知,在面内和面外对称荷载的作用下,模型拱的横向位移与竖向位移基本上呈对称分布,但相比较而言,竖向位移的对称性要比横向位移要差。由图 1 可知,模型拱的轴线  $L/3$  截面的标高要略高于  $2L/3$  截面的标高,从图 5(a)可见, $L/3$  截面处的竖向位移值略小于与  $L/2$  截面处,但大于  $2L/3$  截面处的竖向位移值。这种变形的不对称性随着荷载的增加而加剧。这与以往所做的面内多点对称加载的管拱的试验现象十分相似<sup>[11]</sup>。虽然本次试验是空间加载,然而面内的荷载远大于面外荷载,而且面内的拱轴线误差要大于面外的轴线误差,这样模型拱的面内的受力仍是受压为主,兼有局部弯矩的作用,它对结构的几何缺陷非常敏感,导致了竖向挠度曲线的不对称性和下一小节中拱脚应变的非对称性问题突出。

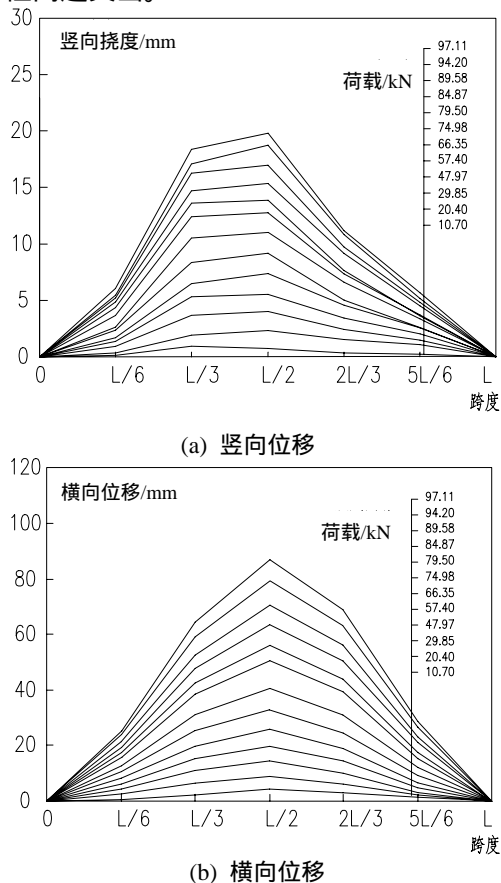


图 5 模型拱横向位移与竖向位移

Fig.5 Lateral and vertical displacements along model arch  
相比较而言,由图 5(b)可知,横向变形对称性相当好。拱在纯面内压力作用下,面外的变形也是

对初始缺陷十分敏感的,但在本次试验中所作用的荷载为空间力系,拱顶处有水平力作用,模型拱横向的受力以受弯为主,兼有扭矩作用。横向水平力产生的横向位移很大,使得模型拱横向变形对拱肋几何尺寸偏差这一初始缺陷的敏感性下降,因此虽然模型拱也存在着面外的几何尺寸偏差,但模型拱的面外变形基本呈对称发展,各测点以拱顶处横向变形为最大。

#### 4.2 荷载-变形曲线

模型拱各加载点处的荷载-位移曲线如图 6、图 7 所示。由图 6 可见,荷载-横向位移曲线变形较缓,无明显的线性阶段,也无明显的曲线折点,表明模型拱横向的受力从一开始就具有非线性,而这时材料还处于线弹性阶段,因此这种非线性是几何非线性引起的。所以,在钢管混凝土拱的空间受力分析中,从一开始就要考虑几何非线性的影响。

与图 6 相比,图 7 中的荷载-竖向位移曲线的斜率的变化较小,表明结构的面内刚度较大,受几何非线性的影响也相对较小。在竖向荷载为 13.09kN 时,曲线有一折点。从后面的曲线来看,可能是试验一开始时,面外力对面内变形的耦合作用太小,在模型拱中还没有得到反映。当面外力发挥作用后,面内变形的增长率就加大了,并以很小的斜率变化率继续增长;当竖向荷载达到 87.00kN 时,曲线又出现不太明显的折点,结构进入受力后期的变形迅速增加阶段。然而,最后阶段的荷载-竖向位移曲线斜率要明显高于仅受面内荷载的模型拱的荷载-竖向位移曲线<sup>[11]</sup>。因此,本文所进行的空间受力的模型拱的最后破坏是以面外的变形所控制的,与文献[11]的面内受力模型拱以面内变形所控制显然不同。

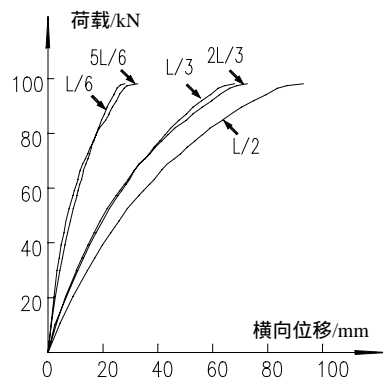


图 6 荷载-横向位移曲线

Fig.6 Load-lateral displacement curves  
图 8 为拱顶截面横向、竖向位移与荷载关系曲

线的试验结果与计算结果。图 8 中曲线 A 和 B 分别表示根据图 4 中混凝土应力-应变关系曲线 A 和 B 计算所得的结果。从图中可以看出，A、B 两条曲线几乎重合。这可以看出，在空间荷载作用下钢管混凝土拱，受几何非线性的影响要大于受材料非线性的影响。因此，是否考虑紧箍作用，计算结果相差不大，这与面内受力全过程是不同的。

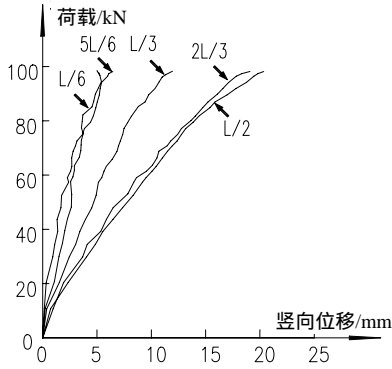


图 7 荷载-竖向位移曲线

Fig.7 Load-vertical displacement curves

计算曲线与试验曲线相比，在受力初期吻合得较好，但后期计算曲线明显低于试验曲线，计算极限荷承载值也低于试验值。分析认为，钢管混凝土拱在空间荷载作用下，拱肋处于压弯剪扭的复杂受力状态，计算中采用钢材与混凝土两种材料单独考虑、正应力-正应变关系和剪应力-剪应变关系分别考虑的计算方法，不能很好地描述其力学性能。在剪应力-剪应变关系中(式(1))，剪切模量  $G$  仅与切线模量  $E$  有关，而与扭矩的大小无关，对纯扭构件而言，材料的剪应力-剪应变将始终保持线弹性，这显然不符合实际情况。因此，要使空间受力双重非线性有限元分析能准确反映结构的受力行为，开展钢管混凝土在复杂荷载作用下的本构关系的研究

是极其重要的。

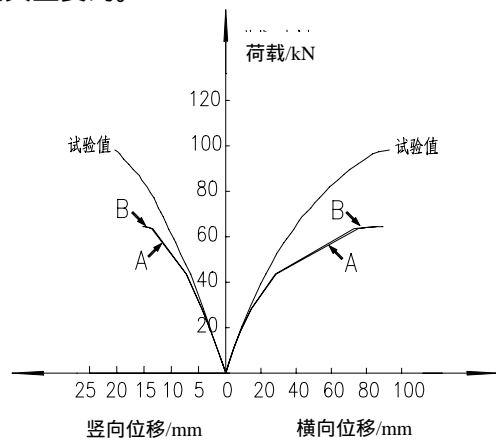


图 8 拱顶截面荷载-位移关系曲线

Fig.8 Load-deflection relationship curves of crown section

### 4.3 钢管应变

图 9、图 10 分别为拱肋上下缘应变图(前缘指水平荷载作用的方向)，图中虚线表示钢管钢材的屈服应变。由图 9 发现，上下缘应变分布均呈现锯齿状。以往的面内多点加载模型拱试验中也有此现象出现，但没有本次试验的明显<sup>[11,12]</sup>。为了解锯齿状现象是否由试验误差引起，图 11 给出了竖向荷载为 20.40kN 时 ANSYS 计算结果与试验结果的比较。计算所得的应变值同样存在着锯齿状分布的现象。

模型拱上下缘应变，除两拱脚截面外，大致成对称分布。两拱脚的上缘应变出现反号，主要的原因可能是拱轴线竖向存在的非对称偏差引起。拱肋各截面的上、下缘应变以压应变为主，表明空间受力的模型拱在面内仍以受压为主。上缘应变以  $L/2$  截面处最大，下缘应变以右拱脚处发展最快。

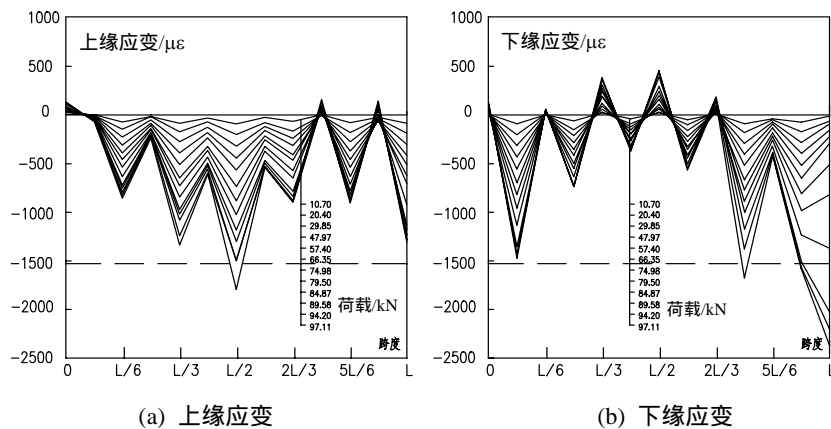


图 9 模型拱截面上下缘应变

Fig.9 Strains of sections in vertical direction along model arch

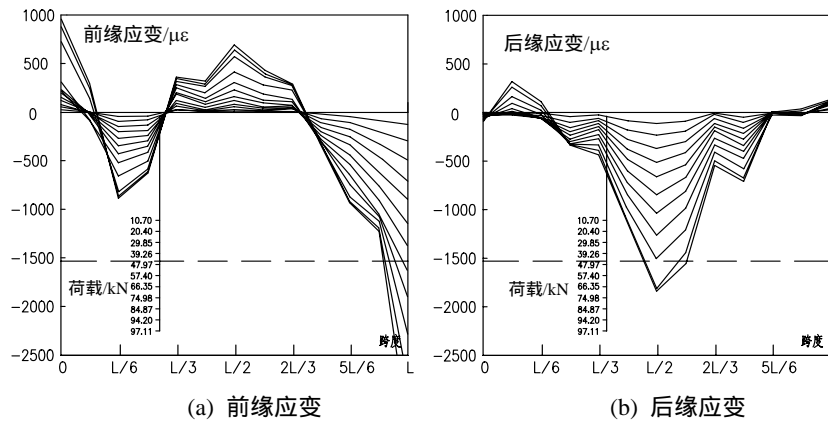


图 10 模型拱截面前后缘应变

Fig.10 Strains of sections in plan direction along model arch

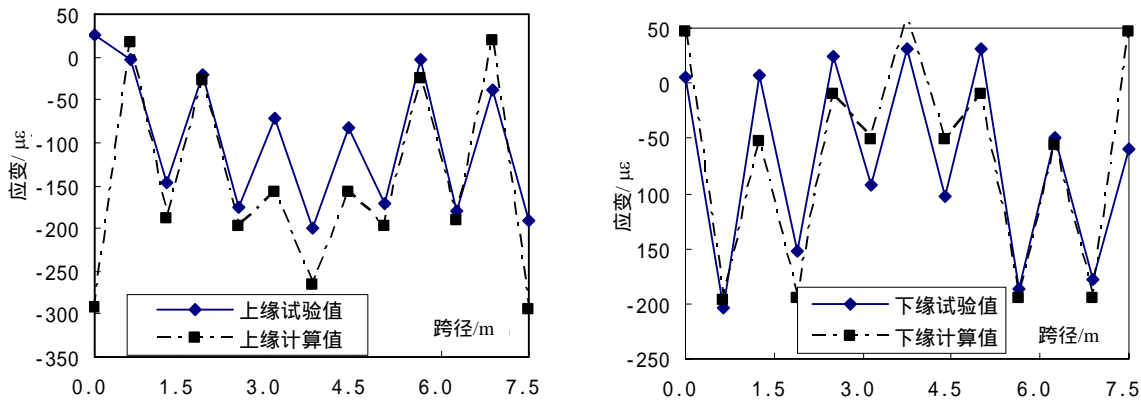


图 11 截面应变计算值与试验值对比图

Fig.11 Comparisons of strains between calculation and test

从图 10 可见，由于拱顶有一水平方向的荷载，前缘应变在  $L/3 \sim 2L/3$  段为拉应变，以拱顶为中心呈对称分布。除此段外，应变沿拱顶呈反对称分布，当荷载达到 74.98kN 时，右拱脚截面应变超过  $1513\mu\epsilon$ ，此处截面材料进入弹塑性阶段。后缘应变的分布在  $L/6 \sim 5L/6$  之间其应变发展以拱顶截面为中心大致呈对称分布，应变均为压应变；在两拱脚段 ( $0 \sim L/6, L/6 \sim 5L/6$ ) 应变变化呈非对称形式，且左拱脚应变幅值大于右拱脚；模型拱后缘应变基本为压应变，仅在  $L/12$  截面、右拱脚截面等局部出现拉应变，且拉应变均处于弹性阶段。由图 10 可见，在拱肋  $L/3 \sim 2L/3$  范围内，前后缘拉、压应变较大，表明这一范围内存在着较大的面外弯矩，而其余截面以压应变为主。

上下缘和前后缘的最大应变值均出现在拱顶与拱脚处；除加载后期个别截面的应变进入屈服外，钢管应变基本上都处于弹性阶段。由此可见，

单圆管肋拱的空间受力受材料非线性影响不大，结构的非线性主要由几何非线性引起，这与面内受力以材料非线性影响为主是不同的。

## 5 结语

(1) 试验表明，钢管混凝土单肋拱，在面内和面外荷载共同作用时，较小的横向荷载也能引起拱肋较大的横向变形，面外变形是其极限承载能力的控制因素。

(2) 模型拱在面内多点对称荷载和面外单点对称荷载作用下，面内的受力对面内拱轴线的偏差(初始缺陷)的敏感性要大于面外受力对拱轴线面外偏差的敏感性。

(3) 模型拱钢管的上下缘应变沿拱肋存在锯齿状分布，前后缘应变主要集中在跨中三分段范围内。在受力全过程中，钢管应变大部分处于线弹性范围内。

(4) 与仅受面内荷载不同,在空间荷载作用下,几何非线性对钢管混凝土单肋拱的受力性能影响是主要的,材料非线性的影响是次要的。

(5) 本文提出的双重非线性有限元分析方法,在受力前期能基本反映肋拱的空间受力性能,而在受力后期与试验曲线还有一定的差距,因此开展钢管混凝土在压弯剪扭复杂受力下的本构关系的研究,是使钢管混凝土拱空间受力双重非线性有限元分析更准确反映结构受力的关键所在。

#### 参考文献:

- [1] Torkaz F J. Experimental study of lateral buckling of arches [J]. J. Struct. Div., ASCE, 1971, 97(2): 545~559.
- [2] John P Papangelis, Nicholas S. Trahair. Flexural-torsional buckling tests on arches [J]. J. Struct. Div., ASCE, 1987, 113(7): 1433~1443.
- [3] Tsutomu sakata, Tatsuro Sakimoto. Experimental study on the out-of-plane buckling strength of stell arches with open cross section [A]. Proc. of JSCE, 1997, 103 (ST 12) [C], 2323~2336.
- [4] D B la Poutre, H H Snijder, J C D Hoenderkamp. Spatial stability experiment on a semicircular steel arch. Advances in Structures [A]. Proceedings of Advances In Structures--Steel, Concrete, Composite and Aluminium, Sydney [C]. Australia, 22~25 June 2003, A A Balkema Publisher, 207~212.
- [5] Baochun Chen. State of the art report on concrete-filled steel tubular arch bridge [A]. Proceedings of the Seventh International Symposium on Structural Engineering for Young Exports [C], Tianjin China, Science Press, 2002.
- [6] 杨永清. 钢管混凝土拱桥横向稳定性分析[D]. 成都: 西南交通大学, 1998.  
Yang Yongqing, On the lateral stability of concrete-filled steel tubular arches [D]. Chengdu: Southwestern Jiaotong University, 1998. (in Chinese)
- [7] Baochun Chen, Youjie Chen, Yuqiong Liu. Hybrid arch bridge of steel tube and concrete-filled steel tube [A]. Proceedings of the Third International Conference on Arch Bridge [C], Paris France, 2001.
- [8] 韦建刚, 陈宝春. 钢管混凝土拱材料非线性有限元分析方法[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2004, 32(3): 344~348.  
Wei Jiangang, Chen Baochun. Finite element methods for analysis on material nonlinearity of concrete-filled steel tubular arch [J]. Journal of Fuzhou university (Natural Science Edition), 2004, 32(3): 344~348. (in Chinese)
- [9] GB50010-2002, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.  
GB50010-2002, Code for design of concrete structure [S]. Beijing: China Construction Industry Press, 2002. (in Chinese)
- [10] W F Chen, C H Chen. Analysis of concrete-filled steel tubular beam-columns [A]. Publication, Vol. 33- , International Association for Bridge and Structural Engineering [C], Zurich, 1973, 37~52.
- [11] 韦建刚. 钢管混凝土对称弯压拱分支点失稳问题研究[D]. 福州: 福州大学, 2001.  
Wei Jiangang. The study of bifurcate bucking of CFST archs under symmetry compress-belt loads [D]. Fuzhou: Fuzhou University, 2001.(in Chinese)
- [12] 林英, 陈宝春, 陈友杰. 钢管拱面内对称加载试验[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2001, 29(2): 66~69.  
Lin Ying, Chen Baochun, Chen Youjie. Experimental study on steel tubular archs under symmetric in-place loads [J]. Journal of Fuzhou university (Natural Science Edition), 2001, 29(2): 66~69. (in Chinese)