

文章编号: 1007-4708(2009)01-0087-07

压弯钢管拱极限承载力计算的等效梁柱法

韦建刚*, 陈宝春, 吴庆雄

(福州大学 土木工程学院, 福州 350108)

摘要:对抛物线完善的和具有初始几何缺陷的钢管拱,应用双重非线性有限元方法,分析了其在拱顶集中力和非对称分布荷载作用下的失稳特性,提出了以 GB50017-2003 的轴力-弯矩相关方程为基本计算公式、采用考虑矢跨比因素的稳定系数和缺陷折减系数的等效梁柱法,与双重非线性有限元计算结果比较表明,这种等效梁柱法可方便且较精确地计算抛物线压弯钢管拱的极限承载力。

关键词:钢管拱;压弯;极限承载力;等效梁柱法;初始几何缺陷;双重非线性

中图分类号: TU311.2

文献标识码: A

1 引言

抛物线拱在均布荷载作用下,在不计拱轴线压缩的影响时,截面上仅存在轴力,为纯压拱;而在非均布荷载作用时,截面上同时存在轴力与弯矩的作用,为压弯拱^[1]。为了预估考虑几何和材料非线性后的压弯拱的非线性临界荷载,常采用概念清晰、形式简单的等效梁柱法^[2]。所谓等效梁柱法,是将压弯拱等效成偏压柱,然后利用偏压构件的弯矩-轴力相关公式求得相应拱截面的内力,最后利用外力与内力的关系反算拱的非线性临界荷载^[3]。文献[4]针对非对称分布荷载下的钢拱提出了较为复杂的轴力-弯矩相关方程式;文献[5,6]提出了以退化系数和修正的轴力-弯矩相关方程的计算公式;文献[3]提出了将拱等效成偏压柱后,采用规范规定的偏压柱的轴力-弯矩相关公式进行计算的方法,分析结果表明这种方法估算的极限荷载的变化规律与有限元计算结果的规律相同,但对于不同荷载工况和不同结构参数情况下两者的差值并不完全相同,说明它还不能很准确地反映管拱的曲线几何特性和结构受力特性。

为了更准确地预测管拱的极限承载力,文献

[7]重新回到纯压钢管拱,分析发现用等效柱法计算其非线性临界荷载时,不能直接采用柱的稳定系数,在稳定系数中还应该考虑拱的矢跨比和初始几何缺陷的影响。为此,在现有的等效柱法中引入了考虑矢跨比因素的稳定系数 K_1 和考虑初始几何缺陷的折减系数 K_2 。

本文将文献[7]的研究成果推广至抛物线钢管压弯拱,在运用考虑双重非线性有限元分析的基础上,分析了压弯拱的失稳形式和极限承载力,提出了以 GB50017-2003^[8]的轴力-弯矩相关方程为基本计算公式、采用考虑矢跨比因素的稳定系数和缺陷折减系数的等效梁柱法,并通过算例分析了这种方法的计算精度。

2 计算参数

设抛物线无铰拱的跨径为 L , 矢高为 f , 拱肋钢管直径为 D , 壁厚为 t , 长细比为 L/r_x (r_x 为断面二次半径, $r_x = \sqrt{I/A}$, I_s 为断面二次惯矩, A_s 为断面积)。钢材弹性模量 E_s , 屈服强度 f_s 。拱的计算参数范围:长细比 $L/r_x = 100 \sim 500$ 矢跨比 $f/L = 0.1 \sim 0.5$ 。钢管的材料非线性采用了两折线计算模型,屈服后的刚度为 $E_s/100$ 。非线性有限元分析采用基于三维纤维模型梁单元双重非线性分析程序 NL_Beam3D^[9]。加载形式考虑了两种典型的加载方式,即拱顶集中力和半跨活载 p 加全跨恒载 q 的非对称分布荷载,如图 1 所示。

本文的研究中结构的初始几何缺陷采用一致

收稿日期:2007-01-05;修改稿收到日期:2008-04-16
基金项目:国家自然科学基金(50778043);福建省教育厅
科技项目(JA07014)资助项目。
作者简介:韦建刚*(1971-),男,博士,副研究员
(E-mail:weijg@fzu.edu.cn);
陈宝春(1958-),男,博士,教授,博士生导师;
吴庆雄(1973-),男,博士,副研究员。

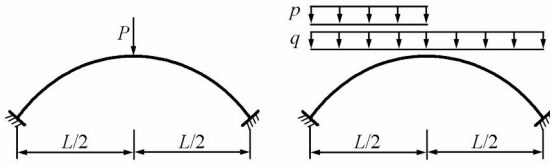


图 1 加载形式
Fig. 1 Load cases

缺陷模态法来考虑,即采用无铰拱面内第一阶反对称失稳形式,以四分点为最大幅值点,采用 $y_0/y_{0,L/4} = \sin 2x/L$ 的函数形式^[10](其中 y_0 为拱轴线的竖向坐标, x 为水平坐标, $y_{0,L/4}$ 为拱轴线的 $L/4$ 点竖向坐标,亦所谓缺陷幅值,可用 $e = L/1000$ 等表示,当 $e/L = 0$ 时代表无初始几何缺陷的完善拱)。

3 拱顶集中力作用下的压弯拱

3.1 极限承载力

在拱顶集中力作用下,不同矢跨比、不同长细比的钢管拱的双重非线性的失稳临界荷载如图 2 所示。图中纵坐标为非线性临界荷载 $P^{\text{非线性}}$ 与弹性临界荷载 $P^{\text{弹性}}$ 之比,横坐标为长细比 L/r_x 。从图中可知,考虑双重非线性后的极限荷载比仅考虑几何非线性的弹性极限荷载小一半以上,且随长细比的增大而增大。由此可见,对于拱顶集中力作用下的钢管拱,失稳临界荷载的准确预测要同时考虑几何非线性和材料非线性。

同时,比较图 2 中完善拱和缺陷拱的极限承载力可知,初始几何缺陷对其极限承载力的影响较小。这是因为由于集中荷载产生的弯矩远大于初始几何缺陷产生的附加弯矩,使得初始几何缺陷的影响大大地削弱,这与纯压拱的极限承载力受初始几何缺陷的影响很大是不同的^[7]。

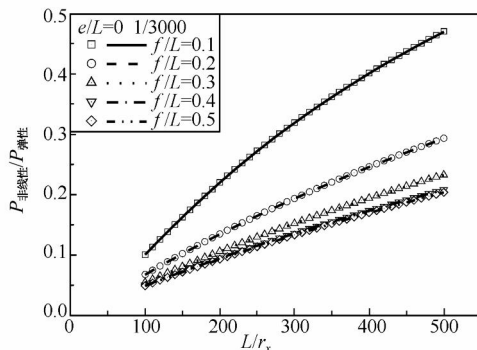


图 2 拱顶集中力下钢管拱的非线性临界荷载
Fig. 2 Nonlinear critical load of arch subjected to concentrated loading at crown

3.2 拱顶集中力作用下钢管拱的极限承载力计算的等效梁柱法

以下讨论统一将荷载 - 位移曲线中第一次出现的峰值点处荷载作为拱的极限荷载。

为了能简单地预估钢管拱的极限荷载,本文采用了等效梁柱法。对于纯压拱,可以直接采用等效柱法进行计算,即

$$N/x_f s A_s = 1 \quad (1)$$

文献[7]发现,当采用等效柱法计算纯压拱的非线性极限荷载时,不能单纯地采用柱的稳定系数,而应考虑矢跨比因素的影响,从而提出了考虑矢跨比因素的稳定系数 K_1 以及考虑初始几何缺陷的折减系数 K_2 ,即

$$x = K_2 K_1 \quad (2)$$

式中稳定系数 K_1 和折减系数 K_2 的具体表达式详见文献[7]。

对于压弯拱,从图 2 还可以发现,不同矢跨比的拱的极限承载力变化曲线也不同,说明它与纯压拱一样,除了长细比外,矢跨比也是影响其极限承载力的重要因素,因此在极限承载力计算中仍引用式(2)的稳定系数。但对于压弯拱,由于截面上同时存在轴力和弯矩的作用,在建立等效梁柱法的过程中,应把其等效成偏压柱,而不像纯压拱等效成轴压柱。

偏压柱的极限承载力可采用极限轴力和极限弯矩的相关公式进行计算,对圆钢管偏压柱的轴力 - 弯矩的相关方程,本文采用 GB50017-2003^[8] 给出的压弯构件的计算公式:

$$\frac{N}{x_f s A_s} + \frac{M}{x W_{1x} \left(1 - 0.8 \frac{N}{N_{Ex}} \right) f_s} = 1 \quad (3)$$

式(3)中的稳定系数 ϕ_x 由式(2)求得,轴力 N 与弯矩 M 通过对拱的一阶内力分析求得,其余参数的符号意义详见 GB50017-2003。

对于式(3),当弯矩为零($M = 0$)时,即可退化为式(1),即纯压拱的极限承载力的计算式。当弯矩不为零时,可通过轴力 N 和弯矩 M 与荷载之间的关系 $N = f(P)$ 和 $M = f(P)$,求得该截面的偏心距 $e_0 = M/N$ 。

对于集中力 P 作用拱顶的无铰拱,根据一阶理论可知拱肋四分点截面的轴力和弯矩分别为

$$N_{1/4}^P = \cos \cdot \frac{P}{64} \left(64 \frac{f}{L} + 15 \frac{L}{f} \right) \quad (4)$$

$$M_{1/4}^P = - \frac{5}{256} PL \quad (5)$$

式中拱四分点截面处 $1/\cos = \sqrt{1 + 4(f/L)^2}$ 。

因此,拱四分点截面的偏心矩 e_0 表示为

$$e_0 = \left| \frac{M}{N} \right| = \frac{1}{\cos} \left[\frac{5L}{64 \frac{f}{L} + 15 \frac{L}{f}} \right] \quad (6)$$

从式(6)可以看出,在一阶分析中,偏心矩 e_0 与外荷载 P 的大小无关,可直接通过拱的几何特性求得。

将式(6)代入式(3)后,经过整理可得

$$0.88 x^{-2} \left[\frac{N}{x f_s A_s} \right]^2 - \left[1 + 0.88 x^{-2} + \frac{m x}{x} \frac{e_0 \cdot D/2}{r_x^2} \right] \cdot \frac{N}{x f_s A_s} + 1 = 0 \quad (7)$$

式中等效柱的长细比 $\lambda = \frac{1}{r_x} \cdot \frac{\mu_s S}{\sqrt{E_s}}$, μ_s 为拱的等效长度系数, S 为拱轴线弧长的一半。

式(7)为 $N/x f_s A_s$ 的一元二次方程式,求解该方程式可得到偏压柱的极限轴力 N ,从而根据式(4)反算求得拱的极限荷载 P 。

3.3 精度分析

以第一节给出的计算参数,对压弯拱的极限承载力进行了双重非线性有限元计算和等效梁柱法计算,计算结果的一部分如图 3 所示,图中纵坐标为等效梁柱法计算结果与有限元法计算结果的比值。

从图 3 可以看出,无论是完善拱的误差还是缺陷拱,采用本文提出的以 GB50017-2003 的轴力-弯矩相关方程为基本计算公式、采用考虑矢跨比因素的稳定系数和缺陷折减系数的等效梁柱法预估拱顶集中力作用下钢管拱极限荷载的误差不超过 10%。从等效梁柱法与有限元法结果的比值的均值和方差看,完善拱的误差为 1.025 和 4.21%,缺陷拱为 1.029 和 6.04%。因此,本文提出的等效梁柱

法估算拱顶集中力作用下钢管拱临界荷载具有相当的精度。

3.4 计算实例

以下以一实例说明如何采用本文提出的等效梁柱法进行其极限承载力的计算。设拱顶加载的抛物线无铰钢管拱(试验拱)^[11]: $L=4.6$ m, $f=1.533$ m, $f/L=0.333$, $D=0.076$ m, $t=0.003792$ m, 钢管弹性模量 $E_s=206$ GPa, 屈服强度 $f_s=307.67$ MPa。将该拱等效成偏压柱的计算长度 $\mu_s S=0.684$ s, 则等效柱的长细比 $\lambda=0.944$ 。对于完善拱,采用的稳定系数仅为 K_1 ; 对于缺陷拱,需考虑缺陷的影响,因此稳定系数采用了 K_2/K_1 。等效梁柱法和有限元计算的极限承载力见表 1。从表 1 可以看出,两种方法计算的结果很接近。

表 1 拱顶集中力下钢管拱的极限承载力

Tab. 1 Critical loads of steel tubular arch subjected to concentrated load at crown

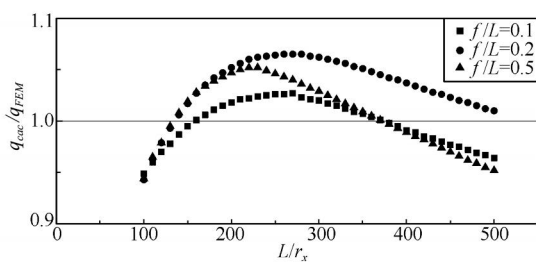
项目	完善拱	缺陷拱
稳定系数	K_1	K_2/K_1
ϕ_x	0.732	0.680
$N/x f_s A_s$	0.176	0.187
N (kN)	34.0	33.6
M (kN·m)	3.54	3.50
P (kN)	39.4	38.9
P (有限元 kN)	37.94	37.46

4 非对称分布荷载作用下的压弯拱

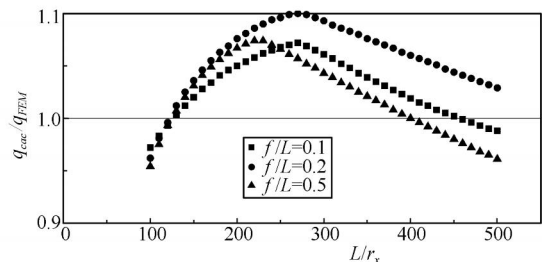
4.1 极限承载力

从已有文献的研究中可以发现,随着半跨活载 p 与全跨横载 q 的比例增大,半跨均布荷载的增加使得拱的弯矩增大,轴力减少,从而导致拱肋极限承载力的下降^[12]。

图 4(a) 所示矢跨比为 0.25 时,弹性拱和弹塑



(a) 完善拱



(b) 缺陷拱

图 3 等效梁柱法与有限元结果的误差

Fig. 3 Difference between equivalent beam-column method and FE method

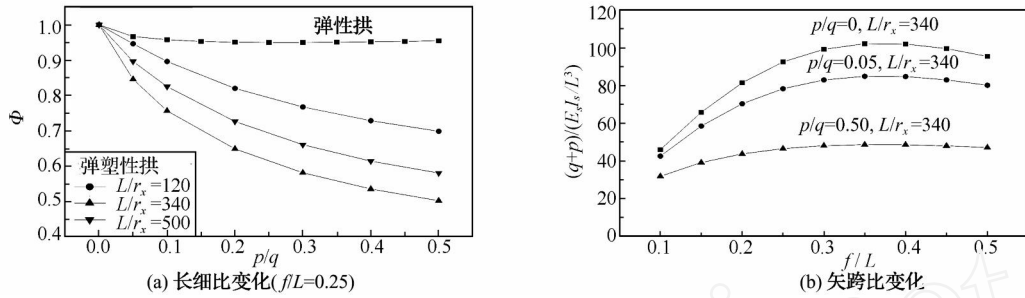


图 4 p/q 对极限承载力的影响
Fig. 4 Influences of p/q on critical loads

性钢管拱的水平反力的比值 ϕ 随 p/q 变化的规律。图中的横坐标为 p 和 q 的比率。这里所说的弹性是指仅考虑几何非线性，弹塑性是指同时考虑几何非线性和材料非线性。从图中可知，弹性拱的极限承载力的减少率 ϕ 几乎与长细比无关，而弹塑性拱的极限承载力的减少率 ϕ 随长细比的变化而变化。同时，弹塑性拱的极限承载力的减少率 ϕ 与 p/q 的关系成曲线变化，随 p/q 的增大而减小。

图 4(b) 所示同一长细比时弹塑性拱的极限承载力的 ϕ 值随矢跨比变化而变化的规律。从图中可知，不同矢跨比下的拱的极限承载力也不同，因此，应考虑矢跨比对非对称分布荷载作用下拱极限承载力的影响。

$L/3000$ 初始几何缺陷对钢管拱的极限承载力的影响程度如图 5 所示。从图中可知，反对称初始几何缺陷的存在会造成承载力的下降。当 $p/q = 0.05$ 时，拱肋截面以受压为主，几何缺陷产生的弯矩会造成承载力下降 5% 左右；当 $p/q = 0.50$ 时，拱则以受弯为主，使几何缺陷产生的弯矩影响变小。因此，对于非对称分布荷载作用下的压弯拱，越接近纯压拱，几何缺陷对其极限承载力的影响也就越大。

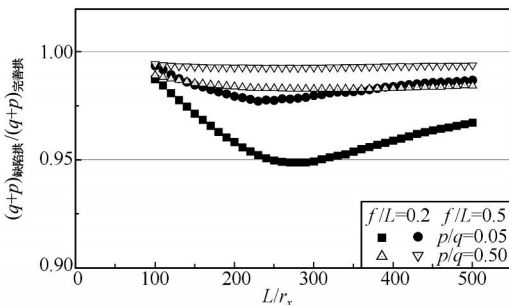


图 5 初期几何缺陷对拱的极限承载力的影响
Fig. 5 Influences of initial imperfection on arch critical load

4.2 用本文提出的等效梁柱法计算非对称分布荷载作用下钢管拱的极限承载力

根据一阶分析，在半跨均布荷载 p 和全跨均布荷载 q 作用下拱肋四分点截面处的弯矩和轴力为

$$M_{L/4}^{q+p} = \frac{1}{128} pL^2 \tag{8}$$

$$N_{L/4}^{q+p} = qL \left[\frac{1}{\cos} \cdot \frac{1}{8f/L} + \cos \cdot \frac{1}{16} \left(\frac{L}{f} + 5 \frac{f}{L} \right) \cdot \frac{p}{q} \right] \tag{9}$$

因此，偏心距 e_0 为

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{\frac{1}{128} pL^2}{\left[\frac{1}{\cos} \cdot \frac{1}{8f/L} + \cos \cdot \frac{1}{16} \left(\frac{L}{f} + 5 \frac{f}{L} \right) \cdot \frac{p}{q} \right]} \tag{10}$$

同样可以看出，在一阶分析中，在半跨均布荷载 p 和全跨均布荷载 q 作用下四分点偏心距 e_0 可直接通过拱的几何特性和半跨均布荷载 p 加全跨均布荷载的比值 p/q 求得。将式(10)代入式(7)求得轴力 N ，然后根据式(9)反算求得临界荷载。

4.3 本文提出的等效梁柱法的精度

对压弯拱的极限承载力进行了双重非线性有限元计算和等效梁柱法计算，结果见图 6 和图 7。为了进一步比较，采用钢结构规范中 b 类截面柱的稳定系数进行等效梁柱法的计算结果如图 8 所示。从图中可以看出，在非对称分布荷载作用下，采用本文提出的等效梁柱法的计算结果，无论是完善拱(图 6)或缺陷拱(图 7)，与有限元结果相差不超过 10%，而采用钢结构规范中柱的稳定系数的等效梁柱法计算结果(图 8)，在有些情况下比有限元结果大 20%，有时比有限元结果小 20%。

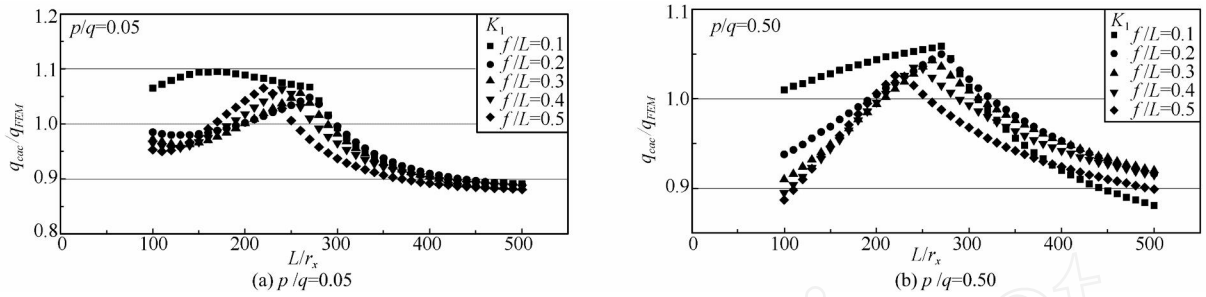


图 6 本文提出的等效梁柱法与有限元法的误差(完善拱)

Fig. 6 Difference between presented equivalent beam-column and FE method for arches without initial imperfection

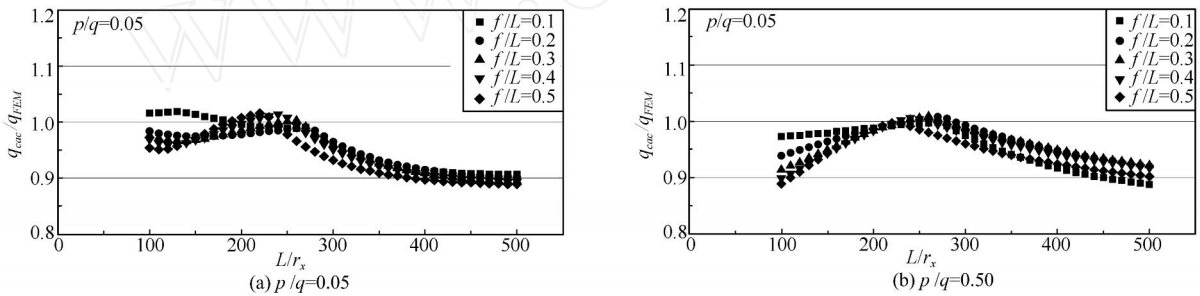


图 7 本文提出的等效梁柱法与有限元法的误差(缺陷拱)

Fig. 7 Difference between presented equivalent beam-column and FE method for arches with initial imperfection

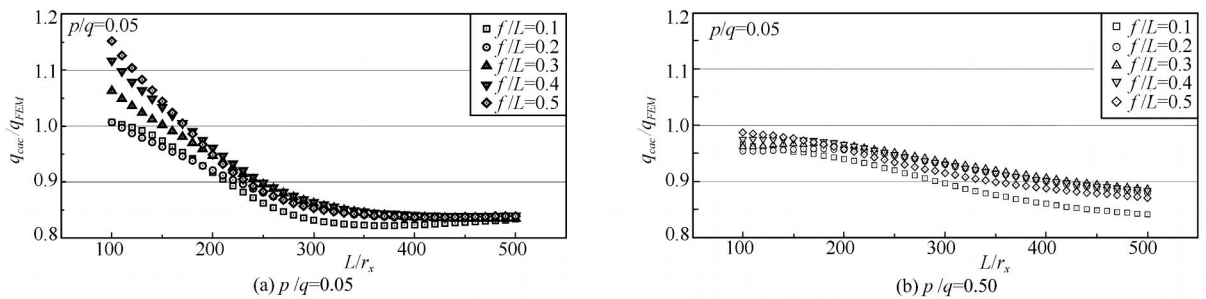


图 8 用柱的稳定系数的等效梁柱法与有限元法的误差

Fig. 8 Difference between equivalent beam-column using stability factor of column and FE method

表 2 采用等效梁柱法计算的精度

Tab.2 Precision of equivalent beam-column method

稳定系数	完善拱		缺陷拱		缺陷拱	
	K_1	K_2	K_1	K_2	柱	柱
p/q	0.05	0.5	0.05	0.5	0.05	0.5
均值	0.960	0.955	0.957	0.953	0.918	0.927
方差(%)	4.56	4.19	4.80	5.98	9.66	5.46

计算精度的平均值和偏差列入表 2。表中的“柱”表示用柱的稳定系数进行等效梁柱法计算的结果。从图中同样可以看出,本文提出的考虑矢跨比因素的等效梁柱法比采用柱的稳定系数的等效梁柱法的精度高。

由此可见,为了较好地预估钢管拱的临界荷

载,钢结构设计规范中的稳定系数不能直接用于计算压弯拱极限承载力的计算,而需采用考虑矢跨比因素的稳定系数进行等效梁柱法的预估计算。

4.4 计算实例

以一实例说明如何采用本文提出的等效梁柱法预测非对称分布荷载作用下的拱的极限承载力。设非对称分布荷载 $p/q = 0.5$ 作用下的抛物线无铰钢管拱(试验拱)^[13]: $f/L = 0.2$, $L = 7.5$ m, $D = 0.121$ m, $t = 0.0045$ m, 钢管弹性模量 $E_s = 213$ GPa, 屈服强度 $f_s = 322$ MPa。

将该拱等效成轴压柱的计算长度 $u_s S = 0.687 S$, 则等效柱的长细比 $\lambda = 0.85$ 。采用本文提

出的等效梁柱法求得的极限承载力见表 3。其中,完善拱采用的稳定系数为 K_1 , 缺陷拱采用的稳定系数为 $K_2 K_1$ 。可以看出,用本文提出的等效柱法预估的拱的极限承载力与有限元结果较为接近。

表 3 非对称分布荷载下钢管拱的极限承载力

Tab.3 Critical loads of steel tubular arch subjected to unsymmetrical distributed load

项 目	完善拱	缺陷拱
稳定系数	K_1	$K_2 K_1$
ϕ_x	0.842	0.762
$N/\phi_x f_s A_s$	0.437	0.465
N (kN)	195.0	188.0
M (kN·m)	6.74	6.49
p (kN/m)	15.35	14.76
$q + p$ (kN/m)	46.04	44.28
$q + p$ (有限元, kN/m)	45.92	45.18

5 结 论

(1) 对于拱顶集中力或非对称分布荷载作用下的压弯钢管拱,反对称初始几何缺陷的存在会造成极限承载力下降,但下降幅度不大。

(2) 本文提出了以 GB50017-2003 的轴力-弯矩相关方程为基本计算公式,采用考虑矢跨比因素的稳定系数和缺陷折减系数的等效梁柱法,用于估算压弯钢管拱的极限承载力;与双重非线性有限元计算结果对比,该等效梁柱法能方便且较精确地计算抛物线压弯钢管拱的极限承载力。

参考文献(References):

[1] 项海帆,刘光栋. 拱结构的稳定与振动[M]. 北京:人民交通出版社,1991. (XIANG Hai-fan, LIU Guang-dong. *Stability and Vibration of Arch Structure* [M]. Beijing: People Communications Press, 1991. (in Chinese))

[2] 陈宝春. 钢管混凝土拱桥(第二版)[M]. 北京:人民交通出版社,2007. (CHEN Bao-chun. *Concrete filled steel tube arch bridges (Second edition)* [M]. Beijing: People Communications Press, 2007. (in Chinese))

[3] 陈宝春,秦泽豹. 钢管混凝土(单圆管)肋拱面内极限承载力计算的等效梁柱法[J]. 铁道学报,2006, 28(6):99-104. (CHEN Bao-chun, QIN Ze-bao. Equivalent beam-column method for ultimate load-carrying

capacity of concrete filled steel (single) tubular arch under in-plane loads[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2006, 28(6):99-104. (in Chinese))

- [4] YABUKI T, WU L, KURANISHI S. An ultimate strength design aid for fixed-end steel arches under vertical loads[J]. *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, Structural Eng./ Earthquake Eng.*, JSCCE, 1987, 4(1): 115s-123s.
- [5] PI Y L, TRAHAIR N S. In-plane buckling and design of steel arches[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1999, 125(11): 1291-1298.
- [6] PI Y L, BRADFORD M A. In-plane strength and design of fixed steel I-section arches[J]. *Engineering Structures*, 2004, 26: 291-301.
- [7] 韦建刚. 管拱面内非线性失稳临界荷载研究[D]. 福州:福州大学,2007. (WEI Jian-gang. Research of in-plane nonlinear critical loads for tubular arches [D]. Fuzhou University, 2007. (in Chinese))
- [8] 《钢结构设计规范》(GB50017-2003) [S]. 北京:中国计划出版社,2003. (Design Specification for Steel Structures (GB50017-2003) [S]. Beijing: China Planning Press, 2003. (in Chinese))
- [9] WU Q X, CHEN B C, TAKAHASHI K. A finite element method for elasto-plastic and geometric nonlinearity of concrete-filled steel-tubular arch [A]. *Proceedings of the Fifth International Conference on Arch Bridge* [C]. Madeira, Portugal, 2007: 855-862.
- [10] 李忠学. 初始几何缺陷对网壳结构静、动力稳定性承载力的影响[J]. 土木工程学报,2002, 35(2): 11-14. (LI Zhong-xue. Effects of initial geometrical imperfections on dynamic stability of reticulated shell structures [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2002, 35(2):11-14. (in Chinese))
- [11] 陈宝春,陈友杰. 钢管混凝土肋拱面内受力全过程试验研究[J]. 工程力学,2000, 17(2):44-50. (CHEN Bao-chun, CHEN You-jie. Experimental study on mechanic behaviors of concrete-filled steel tubular rib arch through all-process under in-plane loads [J]. *Engineering Mechanics*, 2000, 17(2): 44-50.
- [12] GALMBOS T V. *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures (Fifth Edition)* [M]. John Wiley & Sons, Inc. 1998.
- [13] 陈宝春,韦建刚,林 英. 管拱面内两点非对称加载

试验研究[J]. 土木工程学报,2006,39(1):43-49.
(CHEN Bao-chun, WEI Jian-gang, LIN Ying. Ex-
perimental study on tubular arches under unsymmet-

rical two concentrically in-plane loads[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2006, 39(1):43-49. (in Chinese))

Equivalent beam-column method to estimate critical load for steel tubular arch under compression and bending

WEI Jian-gang^{*}, CHEN Bao-chun, WU Qing-xiong

(College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: The buckling characteristics of parabolic steel tubular arch with and without initial crookedness are investigated analytically by the dual-nonlinearity finite element method, when the arch is subjected to a concentrated load at crown or an unsymmetrical distributed load. The equivalent beam-column method, in which the basic equation of axial-bending-moment relationship in GB50017-2003 and the buckling factor considering influence of rise-to-span and a reduction factor considering the effect of initial crookedness are used, is presented for estimating critical load of steel tubular arch under compression and bending. The calculation results by the presented equivalent beam-column method are accord with the results by finite element method, and this method can be easily and accurately used for estimating the critical loads of parabolic steel tubular arch under compression and bending.

Key words: steel tubular arch; compression and bending; critical load; equivalent beam-column method; initial crookedness; dual-nonlinearity