

拱桥非线性温差的应力计算

陈宝春 郑振飞
(土建系)

提 要 本文建立了拱桥温度应力计算的基本公式, 推导了在假定非线性温度场下箱拱、双曲拱的温度应力计算公式, 给出了二个算例.

关键词 拱桥; 温度应力

0 引言

拱桥的温度应力计算包括大气年温差和骤变温差两种情况. 由于主拱与大气间热传导在几个小时内即可完成, 年温差的温度场被认为在整个主拱圈内均匀变化. 大气骤变温差是指大气温度在短短几小时内发生骤变, 由于不能及时传导, 致使主拱圈各部位温度变化不均匀而产生温差. 这种温度场对肋板拱可视为线性变化, 对于箱拱、双曲拱则是非线性的.

对于箱拱桥, 文献[1]规定:“箱室内外考虑最大骤降温差的影响. 无可靠资料时, 箱室内外温差可按 $\pm 5^{\circ}\text{C}$ 计算.”这种温差即为非线性分布. 但目前的箱拱设计理论均假定骤变温差是线性变化^[2, 3]. 对于双曲拱, 七十年代曾进行过有关的研究, 文献[4、7]介绍了简化的非线性骤变温差的应力计算方法, 然而都没有考虑非线性温差引起的自应力. 为此, 本文建立了在假定的非线性温度场下箱拱和双曲拱的温度应力计算公式, 供设计时参考应用.

1 基本计算公式

拱桥骤变温差要考虑的是大气骤变温降的影响. 设大气骤变降温幅度为 δ_T , 主拱正截面各部分的降温值为

$$t(x_1, z) = \beta_1 \times \beta_2(x_1, z) \cdot \delta_T \quad (1)$$

上式中: β_1 —主拱降温幅度与大气降温幅度的比值, 一般取 0.7; β_2 —随座标变化的温度滞后系数.

为计算方便, 一般把拱桥非线性骤变降温的应力计算分解为二部分, 一部分为全拱均匀降温 $\beta_1 \delta_T$, 一部分为以 $\beta_1 \delta_T$ 为温度零点的非线性温差.

非线性温度场可分解为“等效的非线性温度场”和“等效的线性温度场”^[6]. 前者引起正截面的非线性变形, 这种变形由于受到平截面假定的约束而在截面上产生自相平衡的约束力, 称为温度自应力, 它对整个结构不产生变形; 后者会引起结构的位移, 对超静定结构由于多余约束的存在而产生温度次内力, 在截面上就有温度次应力.

对于空腹式拱桥, 由于实腹和空腹段主拱圈接触大气情况不同, 因而具有不同的温度场, 即式(1)的 β_2 不同.

本文1990年4月10日收到

这样, 拱桥非线性骤变温度的应力为:

$$\sigma_i = \sigma_{i_0} + \sigma_i' + \sigma_i'' \quad (2)$$

上式中: σ_i —非线性骤变温降应力; σ_{i_0} —全拱均匀降温 $\beta_1 \delta_T$ 产生的应力; σ_i' —实腹段和空腹段等效线性温差引起的次应力; σ_i'' —计算截面处等效非线性温差引起的温度自应力, 在实腹段为实腹段温差自应力 σ_{i_1}' , 在空腹段为空腹段温差自应力 σ_{i_2}' .

全拱均匀降温的应力计算 (σ_{i_0}), 与年温差应力计算方法相同, 也可以由温差次应力计算式中导出. 以下推导等效非线性温差引起的温度自应力和等效线性温差的温度次应力.

1.1 温度自应力

对于等截面拱, 在某一段主拱圈上(实腹段或空腹段)假定正截面上温度变化规律相同, 为 $T(x_1, z)$, 当纵向纤维不受约束时, 微面积 dA 上的变形为:

$$\varepsilon_T(x_1, z) = \alpha \cdot T(x_1, z) \quad (3)$$

式中: α —材料的线膨胀系数.

在平截面假定下, 若截面和温度变化规律对称于 z 轴, 则截面的实际变形为图 1(b) 所示, 它与 x_1 轴无关.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_0 + \beta_1 \cdot z \quad (4)$$

式中: ε_0 —沿截面高 $Z = Z_0$ 处的变形; β_1 —单元段变形后的曲率.

纵向纤维的约束应变 ε_σ 与约束应力(即温差自应力) σ_i'' 为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\sigma(x_1, z) &= \varepsilon_T(x_1, z) - \varepsilon_a(z) \\ \sigma_i''(x_1, z) &= E(x_1, z) \cdot \varepsilon_\sigma(x_1, z) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $E(x_1, z)$ —材料的弹性模量.

由于单元段上无外载荷作用, 因此温度自应力 σ_i'' 在截面上呈自平衡状态, 即

$$\left. \begin{aligned} N &= \int_A E(x_1, z) \cdot \varepsilon_\sigma(x_1, z) dA = 0 \\ M &= \int_A E(x_1, z) \cdot \varepsilon_\sigma(x_1, z) (z - z_c) dA = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: z_c —截面的中性轴坐标.

由公式 (6) 联立解方程组得 ε_0 和 β_1 , 代入公式 (5) 便可得到截面上的温度自应力 σ_i'' .

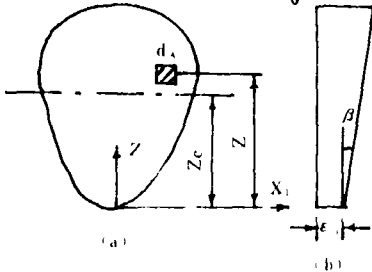


图 1 温度自应力计算示意图

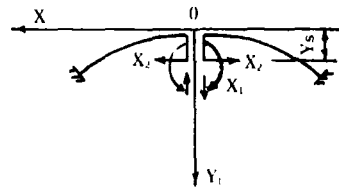


图 2 无铰拱力法计算图式

1.2 温度次应力

取无铰拱的力法计算图式如图2所示. 把(6)式求得的 ε_0 、 β 看成是由等效线性温度引起的截面上的变形. 多余力的正则方程为

$$\delta_{ii} X_i + \Delta_{ii} = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7)$$

式中: δ_{ii} —— $X_i = 1$ 时在多余力方向上引起的变形, 其中 $\delta_{11} = \int_s \frac{ds}{EI}$, $\delta_{22} = (1 + \mu) \int_s \frac{y^2 ds}{EI}$;
 Δ_{ii} —— 温度变化在多余力方向引起的变形.

由结构力学, 应用虚功原理, 可得

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1i} &= -2 \int_s \beta ds \\ \Delta_{2i} &= -2 \int_s [\varepsilon_0' \cos \varphi + \beta(y_1 - y_s)] ds \\ \Delta_{3i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

为简化计算, 对常用的悬链线无铰拱, 近似认为 $\int ds = \int dx$. 悬链线近似地用抛物线代替, 即 $y_1 - y_s = \frac{4f}{L^2} x^2 - y_s$, 并令 $ds \approx dx$, 得 $\int_s y ds = L_1(y_s - \frac{f}{3} \cdot \frac{L_1^2}{L^2})$. 因而有

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1i} &= -2[\beta_1 L_1 + \beta_2 L_2] \\ \Delta_{2i} &= -2L_1[\varepsilon_{01}' - \beta_1(y_s - \frac{f}{3} \cdot \frac{L_1^2}{L^2})] \\ &\quad - 2L_2[\varepsilon_{02}' - \beta_2(y_s - \frac{f}{3} \cdot \frac{L_2^2}{L^2})] \\ \Delta_{3i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8')$$

式中: L_1 、 L_2 —— 分别为半孔实腹段弧长和半孔空腹段弧长; ε_{01}' 、 β_1 (ε_{02}' 、 β_2) —— 实腹段(空腹段)微单元在等效线性温度场作用下截面中性轴的切向应变和转角 $\varepsilon_{01}' = \varepsilon_{01} + \beta_1 \cdot z_c$; $\varepsilon_{02}' = \varepsilon_{02} + \beta_2 \cdot z_c$.

把式(8)代入式(7)解得 X_i , 则得拱任意截面的温度次内力为:

$$\left. \begin{aligned} M_i &= X_1 - X_2(y_s - y_1) \\ N_i &= X_2 \cos \varphi \\ Q_i &= \pm X_2 \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(上式中上边符号适用于左半孔, 下边符号适用于右半孔).

截面上的温度次应力为:

$$\sigma_i' = \frac{N_i}{A} + \frac{M_i \cdot z}{I} \quad (10)$$

当温度场呈线性变化时(包括均匀温度), 温度自应力为零, 温度次应力的计算公式得到简化. 简化后的公式与现行设计理论中假定温度场为线性时的计算公式一致^[2, 3].

2 箱拱非线性温差的应力计算

国内外对箱梁桥的温度场做过一些测试研究^[9]. 结果表明, 箱梁顶板受日照升温时, 箱体内外存在明显温差; 温降时, 底板内外表温差不大. 对于多室箱, 温升温降时内腹板与直接接触大气的顶板, 底板和外腹板存在明显的温差. 目前还未见到箱拱温度场的测试报告. 根据拱桥的特性, 参考箱梁的温度场, 设箱拱骤变温降的温度场为, 沿各箱板厚度呈均匀分布, 实腹段顶板 A_1 和内腹板 A_2 比底板 A_3 和外腹板 A_4 高出 Δt 度, 空腹段内腹板 A_2 温度比顶板 A_1 、底板 A_3 和外腹板 A_4 温度高出 Δt 度, 无实测资料时, 按桥规规定取 $\Delta t = 5^\circ\text{C}$, 即

$$T(x_1, z) = \begin{cases} \Delta t & (x_1, z) \in A' \\ 0 & (x_1, z) \in A'' \end{cases} \quad (11)$$

上式中, 实腹段 A' 为 A_1 和 A_2 , A'' 为 A_3 和 A_4 , 空腹段 A' 为 A_2 , A'' 包括 A_1 、 A_3 和 A_4 .

把式(11)代入式(5)、(6)得

$$\left. \begin{aligned} N &= E \cdot (\alpha \cdot \Delta t \cdot A' - \varepsilon_0 \cdot A - \beta \cdot A \cdot z_c) = 0 \\ M &= E \cdot (\alpha \cdot \Delta t \cdot A'E - \beta \cdot I) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: A —正截面全面积; $A'E$ —实腹段为 $A_1e_1 + A_2e_2$, 空腹段为 A_2e_2 ; e_1 、 e_2 —分别为 A_1 、 A_2 的截面重心到全截面 A 的重心轴的距离; z_c —截面全面积 A 的重心轴到 x_1 轴(截面下缘)的距离; I —截面全面积 A 绕 x_1 轴的惯矩.

从式(12)解得

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot A'E}{I} \\ \varepsilon_0 &= \frac{\alpha}{A} \cdot \Delta t \cdot A' - \beta \cdot z_c \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

把实腹段或空腹段的 ε_0 、 β 代入式(5), 就相应得到该段“等效非线性温度场”作用下的温度自应力:

$$\sigma'' = \begin{cases} \frac{N_t^0}{A'} - \frac{N_t^0}{A} - \frac{M_t^0(z-z_c)}{I} & (x_1, z) \in A' \\ -\frac{N_t^0}{A} - \frac{M_t^0(z-z_c)}{I} & (x_1, z) \in A'' \end{cases} \quad (14)$$

上式中: $N_t^0 = E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot A'$, $M_t^0 = E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot A'E$.

把式(13)求得的 ε_{01} 、 β 和 ε_{02} 、 β_2 代入式(8)、(7)可求得在实腹段和空腹段“等效线性温度场”作用下, 弹性中心的多余力 $\{X_1, X_2, X_3\}^T$, 把它代入式(9)、(10)就可求得“等效线性温度场”产生的温度次应力 σ_i' .

3 双曲拱桥非线性温差应力计算

据湖南省交通局试验研究表明, 双曲拱桥骤变降温时, 空腹段的温度分布比较均匀, 实腹段的温度分布比较复杂, 为明显的非线性, 为简化计算, 对于折线形或圆弧式拱板的双曲拱, 设空腹段的温度为均匀分布, 实腹段拱波 A_1 、拱板 A_2 降温 $\Delta t_1 = 0.7\delta_1$, 拱肋降温 $\Delta t_2 = 0.3\delta_1$, 文 [4、7] 给出了这种非线性温度场下次内力的近似求法, 下面着重介绍实腹段由于该段等效非线性温差引起的温度自应力计算。

把温度分布模式

$$T(x_1, z) = \begin{cases} \Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2 & (x_1, z) \in A_1, A_2 \\ 0 & (x_1, z) \in A_3 \end{cases} \quad (15)$$

代入式(5)、(6)得

$$\left. \begin{aligned} N &= \sum_{i=1}^3 \int_{A_i} E_i \varepsilon \sigma_i(x_1, z) dA \\ &= \alpha \cdot \Delta t \sum_{i=1}^3 E_i A_i - \varepsilon_0 \sum_{i=1}^3 E_i A_i - \beta \sum_{i=1}^3 E_i A_i z_{c_i} = 0 \\ M &= \sum_{i=1}^3 \int_{A_i} E_i \varepsilon \sigma_i(z - z_c) dA \\ &= \alpha \cdot \Delta t \sum_{i=1}^2 E_i A_i e_i - \varepsilon_0 \left(\sum_{i=1}^3 E_i z_{c_i} A_i - z_c \sum_{i=1}^3 E_i A_i \right) \\ &\quad - \beta \left(\sum_{i=1}^3 E_i I_{0i} - y_c \sum_{i=1}^3 E_i z_{c_i} A_i \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\text{令: } B_1 = \sum_{i=1}^3 E_i A_i, \quad B_2 = \sum_{i=1}^3 E_i z_{c_i} A_i, \quad B_3 = \sum_{i=1}^3 E_i I_{0i}, \quad N_i^0 = \alpha \cdot \Delta t \sum_{i=1}^2 E_i A_i, \quad M_i^0 = \alpha \cdot \Delta t \sum_{i=1}^2 E_i A_i e_i. \text{ 式(16)简写成:}$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 \varepsilon_0 + B_2 \beta &= N_i^0 \\ (B_2 - z_c B_1) \varepsilon_0 + (B_3 - z_c B_2) \beta &= M_i^0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

上式中: $i = 1, 2, 3$ 分别代表拱波、拱板、拱肋; E_i —材料的弹性模量; A_i —第 i 部分的截面积; z_{c_i} —第 i 部分截面重心到换算截面重心轴的距离; I_{0i} —第 i 部分截面对其重心轴的惯矩; z_c —换算截面重心到肋底 ($z = 0$) 的距离。

由式(17)求得

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{N_i^0 (B_3 - z_c B_2) - M_i^0 B_2}{B_1 (B_3 - z_c B_2) - B_2 (B_2 - z_c B_1)} \\ \beta &= \frac{M_i^0 B_1 - N_i^0 (B_2 - z_c B_1)}{B_1 (B_3 - z_c B_2) - B_2 (B_2 - z_c B_1)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

因此, 各部分的温度自应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1'' &= E_1[\alpha \cdot \Delta t - (\varepsilon_0 + \beta \cdot z)] \quad i = 1, 2 \\ \sigma_3'' &= -E_3(\varepsilon_0 + \beta \cdot z) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

求温度次应力可用文献 [5]、[8] 介绍的方法, 也可以把式 (18) 求得的 ε_0 、 β 代入式 (7)、(8)、(9) 和 (10) 求得, 限于篇幅, 不再赘述。

4 算例

例 1 有一箱拱, 结构计算尺寸如图 3 所示。现按《桥规》骤变温降箱内外温差 5°C 进行温度应力计算(未考虑全拱均匀降温的应力 σ_{t0}), 计算结果见表 1。

为了比较, 用线性分布的温度场(图 4)进行计算, 计算结果见表 2。

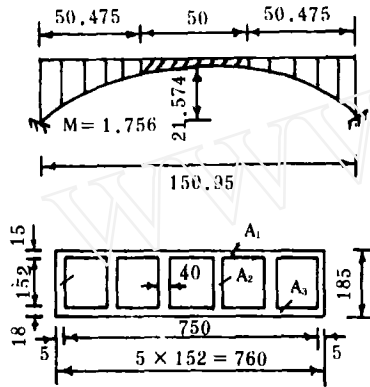


图 3 箱拱基本数据

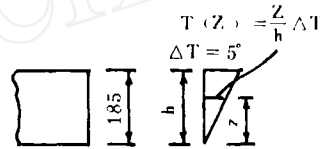


图 4 线性温度场计算图示

表 1 非线性温差应力

(单位: MPa)

	拱 顶			L/4 处			拱 脚		
	自应力	次应力	总应力	自应力	次应力	总应力	自应力	次应力	总应力
顶板外边缘	0.230	0.059	0.289	-0.813	0.093	-0.720	-0.813	0.207	0.605
内腹板上边缘	0.272	0.051	0.323	0.841	0.080	0.921	0.841	0.176	1.017
内腹板下边缘	0.699	-0.028	0.671	0.881	-0.055	0.826	0.881	-0.143	0.736
底板外边缘	-0.900	-0.038	-0.938	-0.765	-0.070	-0.835	-0.765	-0.181	-0.946

注: 压应力为正, 拉应力为负。

表 2 线性温差应力 (单位: MPa)

	拱顶	L/4 处	拱脚
顶板外边缘	0.036	0.229	0.873
内腹板上边缘	0.039	0.201	0.742
内腹板下边缘	0.063	-0.085	-0.583
底板外边缘	0.066	-0.119	-0.740

注: 压应力为正, 拉应力为负。

例2 以文献[5]的双曲拱桥例题为例, 拱顶处温度应力计算结果见表3.

表3 拱顶处温度应力 (单位: MPa)

	次应力		自应力
	文献[5]	文献[8]	
$\sigma_{\text{板上}}$	1.030	1.040	1.005
$\sigma_{\text{肋下}}$	-2.544	-2.543	1.661

注: 1 文献[5]、文献[8]原计算结果单位为 T/M^2 .

2 压应力为正, 拉应力为负.

5 结束语

由例1可见, 箱拱考虑线性温降影响和考虑非线性温降影响的温度应力相差很大, 考虑线性温降偏于不安全且不符合实际情况. 从例2可以看出双曲拱桥考虑非线性温差的应力计算时, 温差自应力不能忽略.

由于材料收缩的应力计算, 一般可折算成等效的温度进行计算. 因此, 本文的方法与公式既适用于不同的温度场, 也适用于非线性收缩的应力计算.

参考文献

- 1 交通部. 公路砖石及混凝土桥涵设计规范(JTJ022-85), 北京: 人民交通出版社, 1985.
- 2 范立础主编. 桥梁工程(上、下册)(第二版), 北京: 人民交通出版社, 1987.
- 3 姚玲森主编. 桥梁工程, 北京: 人民交通出版社, 1985.
- 4 交通部科学研究院等编. 公路双曲拱桥上部构造设计计算(第二版), 北京: 人民交通出版社, 1983.
- 5 陆楦等. 非线性分布的温度应力. 华东公路, 1981, (3): 32-38
- 6 杨高中. 桥梁非线性温度与收缩内力的一个解法. 公路工程, 1979, (3): 6-12
- 7 谭之杭. 桥梁结构的温度应力. 中南公路工程, 1981, (2): 90-98

Thermal Stresses under Nonlinear Thermal Gradients in Arch Bridges

Chen Baochun Zheng Zhenfei

(Department of Civil and Architectural Engineering)

Abstract In this paper, the basic formulas for the calculation of thermal stresses in arch bridges are established, the formulas of thermal stresses under the model nonlinear thermal gradients in the box arch bridge and the two-direction-curved arch bridge are presented, two examples are given.

Keywords arch bridges; thermal stresses