

钢筋混凝土无铰拱非线性 平面有限元分析

郑振飞 陈宝春

(福州大学土建系)

摘 要

本文以有限元分析为基础, 提出一个钢筋混凝土无铰拱的非线性计算方法。这个方法, 采用平面分离式单元, 考虑了材料的非线性性能和裂缝对结构受力的影响, 提出了无铰拱破坏的判断条件。本文编写了相应的电算程序NFEHA86。通过电算, 能够给出钢筋混凝土无铰拱受力全过程的位移、应力、应变、裂缝情况和破坏荷载。电算结果和实测结果吻合较好。

一、引 言

钢筋混凝土无铰拱由于材料的非线性, 低应力下混凝土的开裂, 以及结构的超静定特性, 而具有明显的非线性性能。用杆单元考虑材料非线性性能的有限元方法^[1], 为钢筋混凝土的非线性分析提供了有力的手段。然而这种方法, 没有单独考虑混凝土开裂的影响和钢筋与混凝土之间的相互作用, 不能直接反映结构的细部受力情况和做为确定结构使用极限状态极限荷载的裂缝情况。

另一方面, 钢筋混凝土非线性分析的平面有限元方法, 自1967年Ngo和Scordelis的论文^[2]发表以来, 有了很大的发展, 分析对象不断扩大。但是还未见到应用于拱式结构。为此, 本文提出一个钢筋混凝土无铰拱非线性分析的平面有限元方法。

二、基本假定和非线性分析过程

(一) 结构的离散化

结构的离散化采用平面有限元分离式单元模型。主筋和混凝土单元之间引入双弹簧联结单元以考虑两种材料的相互作用。离散化后的结构以小段折线近似拱的曲线。

(二) 材料模式

混凝土双向受力下的强度条件采用修正的Kupfer和Gerstle公式^{[3][4]}, 混凝土双轴应力应变关系采用Darwin和Pecknold模式^[5]。

钢筋材料视为理想的弹塑性材料。

平行于钢筋和混凝土接触面的弹簧用于考虑两种材料之间的相互滑移应力关系。

本文于1987年4月25日收到

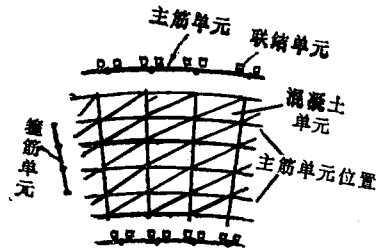


图1 离散化示意图

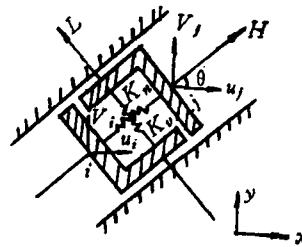


图2 联结单元

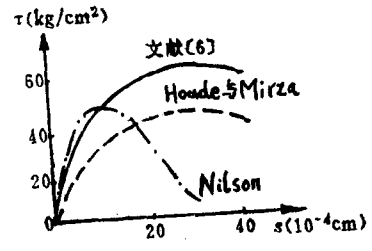


图3 握裹应力与滑移量关系曲线

其刚度为:

$$K_k = \frac{d\tau}{ds}$$

式中 τ —握裹应力 (Kg/cm²)

s —相对滑移量 (10⁻⁴cm)

常见的握裹应力与滑移量 ($\tau-s$) 曲线有 Nilson 提出的曲线和 Houde 与 Mirza 提出的曲线。这两条曲线是根据拉伸试验得出的, 与实际结构中的复杂受力情况有较大差异。文献^[9]根据简支梁受弯试验拟合出一条 $\tau-s$ 曲线。本文采用这一曲线, 其表达式为

$$\tau = 67.17 \times 10^3 s - 21.72 \times 10^6 s^2 + 2.19 \times 10^9 s^3$$

垂直于两种材料的弹簧用于考虑它们之间的暗销作用。由于缺乏可靠的资料, 通常将其刚度取一很大的数。它意味着两种材料在垂直方向完全粘着。这里按下式取值:

$$K_v = E_k \times L$$

式中 E_k —混凝土初始弹模;

L —联结单元间距。

(四) 非线性分析过程

本文非线性分析采用增量法。荷载增量根据开裂前、裂缝开展和结构接近破坏三个阶段分别取估计破坏荷载^[1]的 5%~10%, 10%~20% 和 2%~5%。

刚度矩阵均根据最近一次的计算结果求得。每级荷载下, 在求出结点位移和各单元应力后, 对各单元进行破坏判断。如果没有任一单元破坏, 则进入下一级荷载。否则, 对混凝土单元开裂、压碎, 钢筋单元屈服以及联结单元破坏进行相应的处理, 尔后在该级荷载下再进行计算, 直至可以转入下级荷载。每次单元破坏处理之后, 还应进行结构破坏的判断, 以确定是否停止计算。

三、裂缝模型

混凝土裂缝采用离散裂缝模型 (Discrete Cracking Model)。

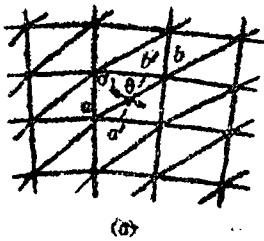
开裂判断 以相邻两单元的公共边界线为裂缝检查线。当两单元平均应力的主拉应力 $\bar{\sigma}_1$ 达到或超过材料拉伸极限时, 认为裂缝可能沿此边界垂直于最大主拉应力方向产生。

实际结构的加载、开裂和结构内力重分布都是连续变化，同时进行的。而有限元分析是分阶段进行的。在有限元分析的某一阶段，各条裂缝的出现和处理是同时进行的，互不影响的。因此，可能产生一个单元和若干相邻单元的公共边界都达到开裂条件的现象。若不加以限制，则引起某一点的多向开裂，甚至导致单元脱落，总刚奇异。为避免这一不合理的现象发生，这里规定每个单元最多只能有一条边成为开裂边，且这条边所对应的 σ_1 应是最大的。钢筋混凝土拱在某一荷载状态下，一般不存在双向开裂的情况，故上述规定是合理的。

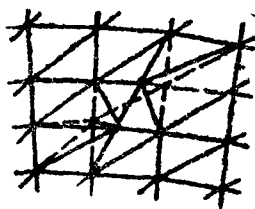
开裂处理 把理想化结构的所有结点分为可动结点和不可动结点。边界结点和已进行过开裂处理的结点均为不动结点，其余为可动结点。

根据开裂线两端结点的不同种类，进行相应的处理。通过移动可动结点（使开裂线垂直于主拉应力 σ_1 方向），分离不动结点（形成裂缝），改变与不动结点有关的单元信息（分离结点引起单元重新划分），以达到计算机自动追踪裂缝的目的。

为避免结点移动后单元过于歪斜，规定开裂线转角 θ 不能大于极限转角 ω 的一半，即规定 $\theta \leq \frac{1}{2}\omega$ 。极限转角指的是开裂线转动到第一次使某些相邻单元（图7中的阴影线单元）退化成直线时的转角。当开裂线转角 θ 大于极限转角 ω 时，上述规定对裂缝走向改变过大，为此规定此时裂缝不在此边界产生。对于三角形单元，它一定能在邻近找到合适的边界。

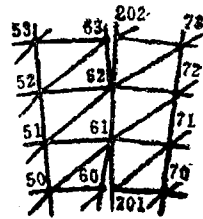


(a)

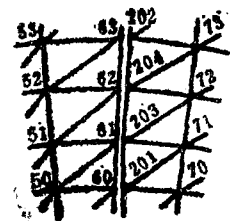


(b)

(a) 移动结点。
(b) 移动结点后的单元划分。
图4 内部开裂的处理

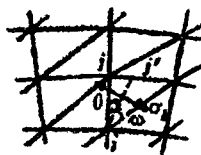


(a)

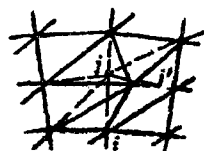


(b)

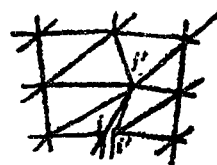
(a) 开裂处理前的单元划分；
(b) 开裂处理后的单元划分。
图5 贯穿裂缝的处理(图中数字为结点编号)



(a)



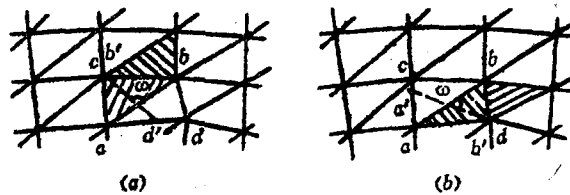
(b)



(c)

(a) i 为不动结点 j 为可动结点，(b) 移动可动结点 j (c) 分离不动结点 i。

图6 初裂缝或开展裂缝的处理

图7 极限转角 ω

四、结构破坏判断

钢筋混凝土结构平面有限元非线性分析,需对结构破坏进行判断以确定破坏荷载。判断条件常见的有总刚度矩阵奇异和挠度剧增两种。

在有限元分析中,总刚奇异意味着结构没有足够的约束。一种情况是整体结构或局部结构有刚体位移;另一种情况是个别结点有刚体位移(即结点隔离结构)。作为结构破坏判断条件出现的总刚奇异属于第二种。

同一结构在同一荷载作用下,总刚奇异的出现与单元划分,单元破坏处理等有限元分析方法有关。特别在集中力作用下,应尽量避免加载处应力集中导致周围单元破坏,结点隔离结构引起总刚奇异。应用总刚奇异作为结构破坏的判断条件时,应排除两种错误判断,即总刚奇异而结构未破坏和结构已破坏总刚未奇异。

用同一荷载下结构挠度剧增作为结构破坏判断条件时,结构在实际受力和有限元分析中,在临近破坏时均应出现挠度剧增现象。

以上两个破坏判断条件,在常见的简支梁分析中得到普遍的应用,且分析所得的破坏荷载与实测值基本一致。而在钢筋混凝土无铰拱分析中遇到困难。一方面,总刚奇异与结构破坏所对应的荷载并不一致。另一方面,结构在非对称荷载作用下各部位的荷载挠度曲线不相似,且在结构临近破坏时,挠度剧增不如简支梁明显,定量分析有困难。为此,根据钢筋混凝土无铰拱的力学特性和本文的非线性处理方法,提出以下两个判断条件。

(一)以结构破坏的机构条件来判断。正常设计的钢筋混凝土无铰拱形成的塑性铰为受拉铰,以受拉钢筋屈服为形成标志。当预计形成塑性铰的区段中受拉钢筋屈服时,认为该处形成塑性铰。当塑性铰数大于或等于四时,结构形成机构而破坏。

(二)以每级荷载下重复计算的次数来判断。结构正常工作时,适当大小的荷载增量下的重复计算次数很少。结构临近破坏时,即使较小的荷载增量,也会因大量的单元破坏引起连锁反应,多次循环计算后结构受力仍不稳定。因此当重复计算次数超过一定数时,认为结构破坏。

五、计算结果与试验结果的比较和分析

为验证有限元分析的可靠性,探讨钢筋混凝土无铰拱受力全过程的非线性机理,本文进

行了钢筋混凝土无铰拱受力全过程试验。进行试验的试件有 C_1 、 C_2 二根。采用悬链线拱轴线,设计跨径400厘米,断面为 15×40 平方厘米,双向配筋的配筋率为2.09%,矢跨比分别为 $\frac{1}{8}$ 和 $\frac{1}{5}$,采用油压千斤顶加载,荷载为 $\frac{L}{4}$ 处的集中力。

应用本文编写的NFEHA86程序(Fortran语言)在IBM-4331机上对 C_1 、 C_2 试件和文献^[1]的A-1试件进行了计算。几个计算值和实测值见表1。

表 1

试 件	破坏荷载 (t)		初裂荷载 (t)		最大裂缝宽度 (mm)	
	实测值	计算值	实测值	计算值	实测值	计算值
C_1	14.0	14.25	4	3.5	0.49	0.827
C_2	13.0	13.0	3	2.9	0.48	0.815
A-1	3.0	2.9	—	0.7	0.43	0.673

(一) 破坏荷载和初裂荷载

试验中,随着荷载值的增加,在试件的 $\frac{L}{4}$ (加载点处)、两拱脚和约 $\frac{3L}{4}$ 处,受拉钢筋屈服,混凝土出现明显的主裂缝而先后形成塑性铰。当第四个塑性铰出现时,结构成为一机构而宣告破坏。此时,跨内塑性铰位处垂直位移的增加速率明显加大,油压千斤顶在正常抽油速度下不能使荷载值提高。油压千斤顶压力表的最大读数即为拱的破坏荷载的试验值。

有限元分析中,当结构达到本文提出的二个破坏判断条件之一时,认为结构破坏,与之对应的荷载值即为拱的破坏荷载计算值。

从表1可以看出,计算破坏荷载与实测值很接近,说明本文提出的结构破坏判断条件是可行的。

试验中测得的初裂荷载值受加载级别大小的限制。计算机分析可以通过细分荷载增量捕捉到第一条裂缝出现时所对应的初裂荷载值。

(二) 荷载挠度曲线

从图8可以看出,钢筋混凝土无铰拱的非线性性能是明显的;而混凝土的开裂是结构非线性的一个重要原因。

(三) 裂缝开展情况

从图9和图10比较可知,本文自动追踪裂缝的方法能反映实际结构裂缝开展的趋势和分布规律。

计算裂缝图的裂缝较实际结构为密。其主要原因在“裂缝模型”一节中已有论述,并采取了相应的限制措施,但未根本上解决这个问题。要使计算机分析能正确地反映裂缝的间距,尚需深入研究。

塑性铰的形成顺序与各个区段初裂出现的先后顺序是一致的。

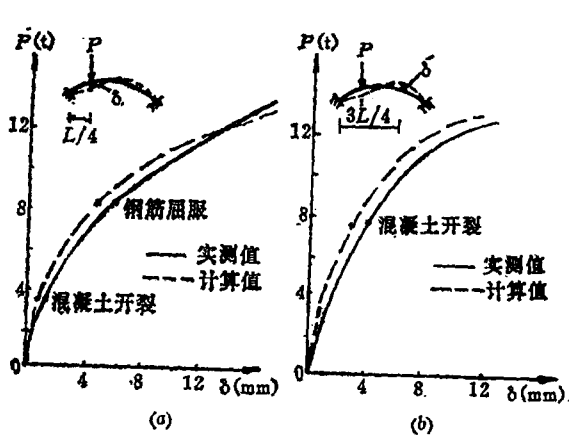


图8 C₂试件荷载挠度曲线
(a) L/4处; (b) 3L/4处,

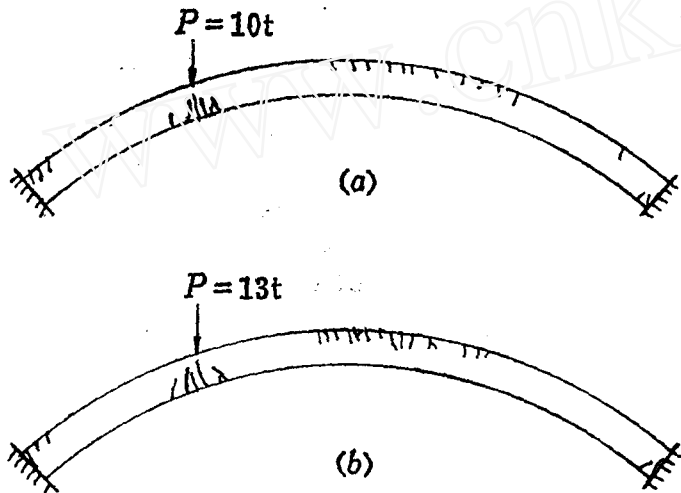


图10 C₂试件实测裂缝图

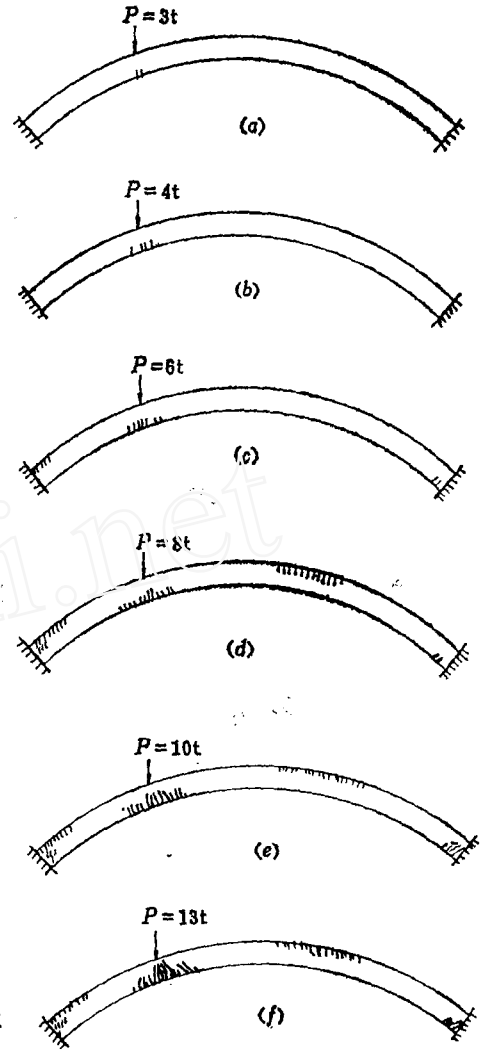


图9 C₂试件计算裂缝图

(四) 裂缝宽度

本文进行了最大裂缝宽度的计算值与实测值比较。由表一1可知，二者相差较大。其影响因素很多，主要有以下几点：

1. 本文非线性方法采用切线增量法，未考虑混凝土和钢筋材料 $\sigma-\epsilon$ 曲线中受拉的下陷段。
2. 实际结构为空间问题，混凝土内部裂缝比外部裂缝为大。试验测值为外部裂缝宽度。
3. $\tau-s$ 曲线为简支梁试验所得，拱式结构与梁式结构在这一方面是否不同，有待进一步研究。

从计算机分析可以看出，主裂缝宽度与荷载的关系具有明显的非线性。裂缝所在断面主

筋的屈服,使得裂缝宽度增大很快。

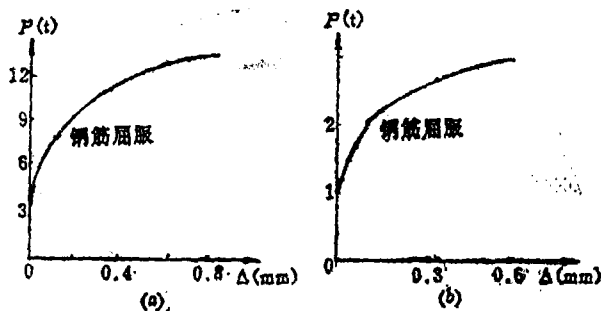


图 11 最大裂缝宽度与荷载关系 (a) C_2 试件; (b) A-1 试件。

第一个塑性铰主裂缝的受拉钢筋最早屈服,其裂缝宽度也最大。因此,以裂缝宽度确定使用极限状态极限荷载时,这条裂缝应作为控制裂缝。对于本文的 C_1 、 C_2 试件,它为加载点下出现的第一条主裂缝。

根据以上分析,建议把第一个塑性铰形成时(即受拉钢筋屈服时)所对应的荷载为以裂缝宽度确定的使用极限状态的极限荷载。

应该指出,对于如简支梁的静定结构,一旦某一处钢筋屈服结构即告破坏,所以按强度考虑的承载力极限荷载和这里建议的考虑裂缝宽度的正常使用极限荷载基本一致。

五、结束语

本文以平面有限元分析为基础,提出一个钢筋混凝土无铰拱的非线性计算方法,编写了相应的电算程序,并进行了钢筋混凝土无铰拱受力全过程的试验。电算结果和实测结果吻合较好,说明本文提出的方法是可行的。

本文建立的模拟裂缝的方法,能反映钢筋混凝土无铰拱裂缝的发展趋势和分布规律,提供了这种结构从加荷直至破坏的全过程分析。但在裂缝宽度和间距方面,有待进一步探讨。

从定性分析来看,主裂缝的裂缝宽度与荷载的关系具有明显的非线性。裂缝处的钢筋屈服使得裂缝宽度增大很快。第一个塑性铰处的主裂缝是以裂缝宽度确定正常使用极限荷载的控制裂缝。建议把第一个塑性铰形成时所对应的荷载作为以裂缝宽度确定的正常使用极限荷载。

本文在对目前平面有限元非线性分析中,钢筋混凝土结构破坏判断条件讨论的基础上,针对无铰拱的结构特性和本文的非线性处理方法,提出了这种结构的二种破坏判断条件。其基本思想对类似的分析方法和类似结构也适用。

本文的计算方法也可应用于其他钢筋混凝土拱(三铰拱、二铰拱)的非线性分析。

参考文献

- [1] 郑振飞,彭大文,超静定钢筋混凝土拱的非线性分析,《福州大学学报》,1985年第2期。
- [2] D.Ngo and A.C. Scordelis; Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, ACI

- JOURNAL, March, 1967, Vol.64, No. 3, PP152—163.
- [3] H. Kupfer, K. H. Gerstle, Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, Proc. of ASCE, EM4, 1973, 8, Vol. 99.
- [4] 宋玉普: 钢筋混凝土构件非线性有限单元法分析, 《大连工学院学报》1984年 第4期。
- [5] D. Darwin, D.A. Pecknold, Nonlinear Biaxial, Stress Strain Law for Concrete, Proc. of ASCE, EM2, 1977, 4.
- [6] 狄生林: 钢筋混凝土梁的非线性有限元分析 《南京工学院学报》, 1984年第2期。
- [7] 郑振飞等: 钢筋混凝土拱的极限承载能力试验研究, 《福州大学学报》, 1982年第2期。
- [8] 朱伯龙、董振祥: 《钢筋混凝土非线性分析》, 同济大学出版社, 1985年。

NONLINEAR PLANAR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF RC HINGELESS ARCHS

Zheng Zhenfei Chen Baochun

(Department of Civil and Architectural Engineering in Fuzhou University)

Abstract

Based on the finite element principle, a method for nonlinear analysis of the RC hingeless arches is Presented. With this method, a model simulating discrete planar elements has been used. Nonlinear material properties and the influence of progressive cracking on a structure are taken into account. Criteria of failure of such a structure have been investigated. A program NFEHA86 based on this method has made possible the determination of displacements, stresses, strains and cracks of a RC hingeless arch throughout the loading progress. The results obtained by this method agree fairly well with the experimental ones.